

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER

УДК 2.1.1

DOI: 10.22227/1997-0935.2023.11.1731-1744

## Оптимальные размеры стальных сварных балок с шарнирными опорными узлами

**Григорий Михайлович Бажин***Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); г. Москва, Россия*

### АННОТАЦИЯ

**Введение.** В настоящее время возрастают требования к надежности и долговечности металлоконструкций, а также их экономической целесообразности. Учитывая сложность анализа множества факторов, влияющих на прочность, устойчивость и долговечность сварных стальных балок, предлагается новый подход к определению оптимальных размеров, основанный на энергетической теории прочности, с выводом новых коэффициентов, для упрощения подбора сечения балок.

**Материалы и методы.** Проведен анализ с использованием энергетической теории прочности, с применением которой рассчитана потенциальная энергия упругой деформации стальных сварных балок. Для установления оптимальных размеров балок вычислена первая производная потенциальной энергии упругой деформации по высоте балки, полученный в итоге результат позволил составить отношение высоты и толщины стенки балки к ширине и толщине пояса балки. Это отношение обозначено коэффициентом  $k_{opt}$ , при помощи которого предложена методика подбора оптимального сечения балки.

**Результаты.** Выведены формулы, позволяющие быстро и с наименьшим весом подобрать оптимальное сечение балки с использованием коэффициента  $k_{opt}$  и гибкости стенки. Путем итерационного расчета определены оптимальные значения коэффициента  $k_{opt}$  и гибкости при различных нагрузках и пролетах балок. Выведены формулы для установления  $k_{opt}$ , зависящие от распределенной нагрузки  $q$ , приведены графики и таблицы для определения оптимальной гибкости стенки балки и коэффициента  $k_{opt}$  при заданных параметрах.

**Выводы.** Сформулирован метод подбора оптимальных размеров стальных сварных балок, опирающийся на энергетическую теорию прочности и введение коэффициента  $k_{opt}$ . Разработанные формулы и выполненный итерационный расчет, результаты которого представлены в таблицах, позволяют обеспечить быстрый и металлоемкий подбор оптимального сечения сварных балок при различных нагрузках и пролетах, что значительно упрощает процесс проектирования и повышает эффективность использования материалов и конструкций.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** оптимизация сварных конструкций, сварные балки, оптимальная высота балки, методы оптимизации сварных балок, оптимальные размеры балок, оптимальная ширина балки, балки

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** Бажин Г.М. Оптимальные размеры стальных сварных балок с шарнирными опорными узлами // Вестник МГСУ. 2023. Т. 18. Вып. 11. С. 1731–1744. DOI: 10.22227/1997-0935.2023.11.1731-1744

Автор, ответственный за переписку: Григорий Михайлович Бажин, gbajin@mail.ru.

## Optimal dimensions of steel welded beams with hinged support units

**Grigoriy M. Bazhin***Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU);  
Moscow, Russian Federation*

### ABSTRACT

**Introduction.** At the present time, the requirements to reliability and durability of steel structures, as well as their economic feasibility, are increasing. Considering the complexity of analyzing multiple factors influencing the strength, stability and durability of steel welded beams, a new approach to the determination of optimal dimensions based on maximum-strain-energy theory is proposed, with the derivation of new coefficients to simplify the selection of beam cross-sections.

**Materials and methods.** The research involved an analysis using maximum-strain-energy theory, with the application of which the potential energy of elastic deformation of steel welded beams was calculated. To determine the optimal dimensions of beams, the first derivative of the potential energy of elastic deformation over the height of the beam was calculated to establish the optimal dimensions of the beams, and the obtained result made it possible to compute the ratio of the height and thickness of the beam web to the width and thickness of the beam girdle. This ratio is denoted by the coefficient  $k_{opt}$  by means of which a methodology for selecting the optimal beam cross-section is proposed.

**Results.** Formulas were derived which allow to select the optimal beam section quickly and with the least weight using the coefficient  $k_{opt}$  and web flexibility. Iterative calculations were used to determine the optimal values of the coefficient  $k_{opt}$  and flexibility under different loads and beam spans. As a result of the research, formulas for determining  $k_{opt}$  were derived,

depending on the distributed load  $q$ , along with graphs and tables for determining the optimal web flexibility and the  $k_{opt}$  coefficient for the given parameters.

**Conclusions.** Based on the conducted analysis, a method of selecting the optimal dimensions of steel welded beams was formulated, based on maximum-strain-energy theory and the introduction of the  $k_{opt}$  coefficient. The developed formulas and iterative calculations, the results of which are presented in tables, make it possible to provide a quick and metal-intensive selection of the optimal cross-section of welded beams under different loads and spans, significantly simplifying the design process and increases the efficiency of the use of materials and structures.

**KEYWORDS:** optimization of welded structures, welded beams, optimal beam height, optimization methods for welded beams, optimal beam dimensions, optimal beam width, beams

**FOR CITATION:** Bazhin G.M. Optimal dimensions of steel welded beams with hinged support units. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2023; 18(11):1731-1744. DOI: 10.22227/1997-0935.2023.11.1731-1744 (rus.).

*Corresponding author:* Grigoriy M. Bazhin, gbajin@mail.ru.

## ВВЕДЕНИЕ

Определение оптимальных размеров балок является важным этапом проектирования, ведь это напрямую влияет на прочность, устойчивость и экономичность конструкции. Выбор размеров зависит от множества факторов, каждый из которых оказывает воздействие на процесс проектирования.

Нагрузка на балку и ее тип (статическая, динамическая, ударная) влияют на требования к прочности и жесткости балки [1]. Выбор размеров балки должен основываться на обеспечении необходимой прочности и жесткости при допустимых деформациях. Более высокие нагрузки требуют более мощных балок, что может привести к увеличению их размеров.

Форма и габариты сооружения обуславливают геометрические ограничения на размеры балок. В пространственных конструкциях, например, балки могут быть подвержены дополнительным изгибающим или крутящим моментам, что может потребовать увеличения размеров балок для обеспечения устойчивости конструкции.

Материал балки и сварного соединения определяет характеристики прочности и жесткости, а также сопротивление коррозии и усталости. Разные стали имеют разные характеристики, которые могут повлиять на оптимальные размеры балок. Также важно учитывать свойства монтажного сборочного сварного соединения в случае, если укрупненная сборка будет вестись на сварке, так как оно может оказаться самым слабым звеном в конструкции.

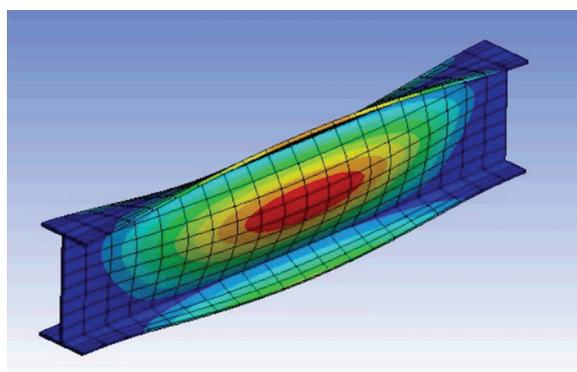
Условия эксплуатации и воздействие окружающей среды (температура, влажность, химическая агрессия, сейсмическая активность) также влияют на выбор размеров стальных сварных балок. Например, в условиях повышенной коррозионной активности может потребоваться увеличение толщины стенок балки для обеспечения долговечности конструкции. В зонах сейсмической активности размеры и конфигурация балок могут быть изменены для обеспечения лучшей адаптации к сейсмическим нагрузкам.

Стандарты и нормы проектирования устанавливают минимальные требования к размерам и прочности стальных сварных балок. Они включа-

ют рекомендации по выбору материалов, методов проектирования и расчета, а также предельных допусков для различных видов нагрузок. Соблюдение стандартов и норм проектирования является обязательным условием для обеспечения безопасности и долговечности конструкций.

Для оптимизации сварных балок наиболее эффективным будет использование современных методов численного моделирования конструкций [2] на основе метода конечных элементов (МКЭ). Метод конечных элементов служит мощным численным инструментом для анализа и проектирования инженерных конструкций, включая сварные балки. Он позволяет проводить детальный анализ напряжений, деформаций и других параметров конструкции, что может быть применено для оптимизации размеров балок.

Для этого необходимо создать трехмерную геометрическую модель балки (рис. 1), включая ее форму и размеры [3, 4], а также детали сварных соединений с помощью специализированных программ (например, ANSYS, ABAQUS, SolidWorks Simulation). Разбить модель на конечные элементы (тетраэдры, гексаэдры), которые образуют сетку. Количество и размер элементов влияют на точность и скорость расчета. Задать свойства материала балки и граничные условия (модуль упругости, предел прочности, коэффициент Пуассона и т.д.) и нагрузки, действующие на балку [5–8].



**Рис. 1.** Конечно-элементная модель сварной двутавровой балки

**Fig. 1.** Finite element model of the welded I-beam

На основе полученных результатов проводится анализ прочности, жесткости и устойчивости балки [9]. Затем с использованием оптимизационных алгоритмов или итерационных методов подбираются оптимальные размеры балки, которые обеспечивают необходимые характеристики при минимальном весе и затратах на материалы [10, 11].

Один из наиболее подходящих оптимизационных алгоритмов — метод последовательной аппроксимации. Он предполагает поэтапное приближение к оптимальному решению путем уточнения геометрии балки и параметров конструкции на каждом шаге. Примером может служить метод наименьших квадратов, который использует численные методы для определения оптимальных параметров.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

### Теоретические исследования

Оптимальные размеры сечения сварной балки можно установить, понимая, что потенциальная энергия упругой деформации балки  $U_{el}$  будет равна нулю при полном совершении работы сил, приводящих балку к деформации. Взяв первую производную потенциальной энергии по высоте балки и приравняв ее к нулю, можно определить оптимальную высоту сечения балки из условия энергетической теории прочности.

Если предположить, что балка шарнирно опирается по краям и загружена равномерно распределенной нагрузкой, то потенциальную энергию упругой деформации такой балки можно записать так:

$$U_{el} = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2}{EJ} dx. \quad (1)$$

Подставив в это выражение изгибающий момент, найденный в какой-то точке  $x$ :

$$M = \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2},$$

где  $x$  — координата точки, где определяется изгибающий момент, и проинтегрировав формулу (1), получим окончательное выражение потенциальной энергии упругой деформации:

$$U_{el} = \frac{q^2 l^5}{240EJ}. \quad (2)$$

Момент инерции всей балки в общем виде можно записать следующим образом:

$$J_x = \frac{t_w h_w^3}{12} + \frac{bt_f^3}{6} + \frac{h_w^2 bt_f}{2},$$

где  $t_w$  — толщина стенки;  $h_w$  — высота стенки;  $b$  — ширина пояса;  $t_f$  — толщина полки.

Подставляя это выражение в (2), взяв от него первую производную по высоте и приравняв ее нулю, получим:

$$\frac{d}{dh} U_{el} = - \frac{q^2 l^5 \left( \frac{t_w h_w^2}{4} + bt_f h_w \right)}{240E \left( \frac{t_w h_w^3}{12} + \frac{bh_w^2 t_f}{2} + \frac{bt_f^3}{6} \right)^2} = 0$$

и

$$h_w = - \frac{4bt_f}{t_w}.$$

Введя коэффициент пропорциональности  $k_{opt}$  и взяв полученное выражение по модулю, его можно записать так:

$$k_{opt} = \frac{h_w t_w}{bt_f} = \frac{A_w}{A_f},$$

где множитель 4 представлен как  $k_{opt}$  — коэффициент пропорциональности балки;  $A_w$  — площадь поперечного сечения стенки;  $A_f$  — площадь поперечного сечения пояса.

Другим методом определения оптимальных размеров балок является сравнение с экспериментальными данными и аналогичными конструкциями. Значения  $k_{opt}$ , применяемого у прокатных профилей, приведены в табл. 1.

В работе [12] установлено, что для прокатных двутавровых балок  $k_{opt}$  составляет примерно 1,94. При этом для того, чтобы корректно задать размеры листов составной балки, необходимо ввести коэффициент пропорциональности геометрического сечения  $\delta_{opt}$ , который находится как отношение высоты балки к ее ширине:

$$\delta_{opt} = \frac{h}{b}. \quad (3)$$

Зная  $k_{opt}$  и  $\delta_{opt}$ , можно установить предварительные генеральные размеры сварной балки, приближенные к оптимальным.

### Численные исследования

Как видно из каталога прокатных профилей (табл. 1), коэффициент  $\delta_{opt}$  условно равномерно растет с увеличением высоты сечения балки. Так, при высоте балки от ~ 500 до 600 среднее значение  $\delta_{opt} = 2,51$ ; при высоте от ~ 700 до 800  $\delta_{opt} = 2,75$ ; при высоте от ~ 900 до 1000  $\delta_{opt} = 3,06$ . Если сделать допущение, что рост  $\delta_{opt}$  происходит линейно, то, воспользовавшись методом наименьших квадратов, можно получить уравнение вида:

$$\delta_{opt} = ah + d.$$

Табл. 1. Коэффициенты  $k_{opt}$ ,  $\delta_{opt}$  для ГОСТ 26020–83

Table 1. Coefficients  $k_{opt}$ ,  $\delta_{opt}$  for GOST 26020–83

Параметры Parameters	$\delta_{opt}$	$k_{opt}$	$b$	$t_f$	$h_w$	$t_w$	$h$
50B1 / 50B1	2,46	1,804	200	12	468	8,8	492
50B2 / 50B2	2,48	1,63	200	14	468	9,2	496
55B1 / 55B1	2,468	1,737	220	13,5	516	9,5	543
55B2 / 55B2	2,486	1,604	220	15,5	516	10	547
60B1 / 60B1	2,578	1,747	230	15,5	562	10,5	593
60B2 / 60B2	2,596	1,632	230	17,5	562	11	597
70B1 / 70B1	2,658	2,058	260	15,5	660	12	691
70B2 / 70B2	2,681	1,811	260	18,5	660	12,5	697
80B1 / 80B1	2,825	2,243	280	17	757	13,5	791
80B2 / 80B2	2,85	1,946	280	20,5	757	14	798
90B1 / 90B1	2,977	2,414	300	18,5	856	15	893
90B2 / 90B2	3	2,114	300	22	856	15,5	900
100B1 / 100B1	3,094	2,357	320	21	948	16	990
100B2 / 100B2	3,119	2,121	320	25	948	17	998
100B3 / 100B3	3,144	1,951	320	29	948	18	1006
100B4 / 100B4	3,166	1,899	320	32,5	948	19,5	1013

Для этого сначала определим среднее значение  $h_{cp}$  и среднее значение  $\delta_{opt\_cp}$ , воспользовавшись табл. 1:

$$h_{cp} = \frac{492 + 496 + 543 + \dots + 1013}{16} = 752,8;$$

$$\delta_{opt\_cp} = \frac{2,46 + 2,48 + 2,468 \dots + 3,166}{16} \approx 2,78.$$

Теперь найдем значения  $a$  и  $b$ , используя формулы:

$$a = \sum \frac{(h_i - h_{cp})(\delta_{opt\_i} - \delta_{opt\_cp})}{(h_i - h_{cp})^2};$$

$$d = \delta_{opt\_cp} - ah_{cp},$$

отсюда  $a = 0,00136$ ,  $d = 1,762$ .

Тогда уравнение линейной зависимости  $\delta_{opt}$  от высоты балки в мм примет вид:

$$\delta_{opt} = 0,00136 h + 1,76. \quad (4)$$

Если при определении коэффициента пропорциональности балки заменить  $h_w$  на  $h$ , где  $h$  — пол-

ная высота балки в мм, то формула для определения  $k_{opt}$  примет вид:

$$k_{opt} = \delta_{opt} \frac{t_w}{t_f}, \quad (5)$$

где  $t_w$  — толщина стенки;  $t_f$  — толщина полки.

Из практики толщину стенки выбирают в зависимости от пролета (табл. 2). Высоту балки можно предварительно принять как  $1/8 \sim 1/10$  от пролета или определить по формуле, предложенной В.М. Вахуркиным [13], задавшись гибкостью стенки  $\lambda_w = 120 - 150$ :

$$h_{opt} = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \lambda_w W}.$$

Тогда, воспользовавшись выражениями (3) и (5), преобразовав их, можно легко рассчитать ширину и толщину пояса:

$$b = \frac{h}{\delta_{opt}}; \quad (6)$$

$$t_f = t_w \frac{\delta_{opt}}{k_{opt}}. \quad (7)$$

Сравнительные расчеты (табл. 3) показывают, что данный метод позволяет с наименьшими трудозатратами для инженера подбирать оптимальные сечения сварной балки с первого раза, удовлетворяющие условию прочности.

Из предварительных поверочных расчетов (табл. 3) видно, что в зависимости от изменения изгибающего момента меняется оптимальная гибкость стенки  $\lambda_{w,opt}$ , а также значение  $k_{opt}$ . Для инженера-конструктора это означает, что с изменением пролета балки и нагрузки на балку должны меняться оптимальные значения гибкости стенки  $\lambda_{w,opt}$  и  $k_{opt}$ .

В табл. 4 приведены поверочные расчеты типовых шарнирно-опертых сварных балок, выполненные итерационным методом подбора оптимальных значений  $\lambda_{w,opt}$  и  $k_{opt}$  для пролета 18 м и различных расчетных нагрузок, при которых сечение будет иметь наименьший вес.

Как видно из табл. 4, с увеличением нагрузки и, как следствие, изгибающего момента, значения коэффициентов  $k_{opt}$  уменьшаются. На рис. 2 приведен график изменения  $k_{opt}$  при значениях нагрузок от 10 до 180 кН/м, с введенными данными с шагом 1 кН/мп.

Если выполнить сглаживание графика функции  $k_{opt}(q)$ , можно найти уравнение сглаженной функ-

Табл. 2. Толщина стенки в зависимости от пролета

Table 2. Web thickness depending on the span

$L$ , м / m	12	14	18
$t_w$ , мм / mm	8–10	10–12	12–16

Табл. 3. Пример подбора сечения сварной балки, при различных пролетах

Table 3. Example of selection of the welded beam cross-section, with different spans

Пролет $L$ , м Beam span $L$ , m	14	16	18
$\lambda_{w, opt}$	148	149	138
$q$ , кН/м / kN/m	149		
$M_x$ , кНм / kNm	3650,5	4768	6035
$R_y$ , кН/см <sup>2</sup> / kN/cm <sup>2</sup>	23		
$\gamma_c$	0,9		
$W_{np} = \frac{M_x}{R_y \gamma_c}$ , см <sup>3</sup>	17 635	23 033	29 152
$W_{nec} = \frac{M_x}{R_y \gamma_c}$ , см <sup>3</sup>			
$h_{opt} = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \lambda_w W}$ , см / cm	157,6	172,6	182,05
$t_w$ , мм / mm	10	12	12
$\delta_{opt}$	3,9	4,1	4,24
$k_{opt}$	1,78	1,87	1,62
$t_f = t_w \frac{\delta_{opt}}{k_{opt}}$	21,9	26,4	31,3
$t_f$ с учетом ГОСТ $t_f$ taking into account GOST	22	25	30
$h_w = h_{opt} - 2t_f$	153,2	167,6	175,79
$h_w$ с учетом ГОСТ $h_w$ taking into account GOST	154	168	177
$b = \frac{h}{\delta_{opt}}$ , мм / mm	400,37	416,52	429,98
$b$ с учетом ГОСТ $b$ taking into account GOST	420	420	450
$J_x$ , см <sup>4</sup> / cm <sup>4</sup>	1 400 109,1	2 061 880,3	2 669 433,3
$\frac{M_x}{J_x R_y \gamma_c} y < 1$	0,997	0,966	0,999
Площадь сечения балки $A_b$ , см <sup>2</sup> Beam cross-sectional area $A_b$ , cm <sup>2</sup>	338,8	426,6	482,4
Вес, т Weight, t	3,71	5,34	6,79

ции, которое позволит определять коэффициенты  $k_{opt}$  при любых значениях  $q$ .

Из графика (рис. 2) видно, что наилучшим образом функцию будет описывать полином 5-й степени, вида:

$$k_{opt}(q) = a_5 q^5 + a_4 q^4 + a_3 q^3 + a_2 q^2 + a_1 q + a_0,$$

где  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  — коэффициенты полинома, которые необходимо найти.

Воспользуемся полиномиальной регрессией для аппроксимации данных графика на рис. 2 с набором точек  $q_1, k_{opt,1}; q_2, k_{opt,2}; \dots, q_n, k_{opt,n}$ .

Для нахождения коэффициентов  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ , которые минимизируют сумму квадратов ошибок (SSE), используем метод наименьших квадратов:

$$\begin{aligned} SSE &= \sum (k_{opt}(q_i) - k_{opt,i})^2 = \\ &= \sum_{i=1..n} [(a_5 q_i^5 + a_4 q_i^4 + a_3 q_i^3 + a_2 q_i^2 + \\ &+ a_1 q_i + a_0) - k_{opt,i}]^2. \end{aligned}$$

Табл. 4. Подбор оптимального сечения при  $L = 18$  м

Table 4. Selection of the optimal cross-section at  $L = 18$  m

$q$ , кН/м kN/m	$k_{opt}$	$\lambda_{w,opt}$	Вес, т Weight, t	$A$ , см <sup>2</sup> cm <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup> / cm <sup>4</sup>	$h_w$	$t_w$	$b_f$	$t_f$	$\frac{M_x}{J_x R_y \gamma_c} y < 1$
40	2,64	123	3,29	234	447 268	111	1,2	36	1,4	0,995
50	2,83	150	3,66	260	645 547	128	1,2	38	1,4	0,991
55	2,5	137	3,87	275,2	707 814	128	1,2	38	1,6	0,997
60	2,25	130	4,11	291,6	783 828	129	1,2	38	1,8	0,992
65	2,04	121	4,32	306,8	847 077	129	1,2	38	2	0,998
70	2,35	145	4,41	313,2	996 077	141	1,2	40	1,8	0,994
75	2,12	133	4,62	328	1 058 453	140	1,2	40	2	0,998
80	2,18	144	4,74	336,4	1 182 066	147	1,2	40	2	0,999
85	2,21	148	4,92	349,2	1 301 993	151	1,2	42	2	0,989
90	2,11	140	5,15	366	1 397 776	151	1,2	42	2,2	0,978
95	2,14	143	5,22	370,8	1 482 417	155	1,2	42	2,2	0,999
100	1,75	126	5,49	390	1 518 859	150	1,	42	2,5	0,998
105	1,79	133	5,59	397,2	1 657 391	156	1,2	42	2,5	0,997
110	1,83	142	5,69	404,4	1 803 072	162	1,2	42	2,5	0,996
115	1,65	126	5,97	423,6	1 836 504	157	1,2	42	2,8	0,996
120	1,86	146	6,01	426,6	2 061 880	168	1,2	45	2,5	0,984
125	1,89	149	6,08	431,4	2 173 062	172	1,2	45	2,5	0,996
130	1,56	132	6,35	451,2	2 193 647	166	1,2	42	3	0,997
135	1,72	137	6,44	457,2	2 342 369	171	1,2	45	2,8	0,995
140	1,75	144	6,52	463,2	2 496 830	176	1,2	45	2,8	0,996
145	1,6	135	6,74	478,8	2 570 635	174	1,2	45	3	0,993
150	1,63	140	6,81	483,6	2 702 848	178	1,2	45	3	0,998
155	1,65	147	6,90	489,6	2 873 559	183	1,2	45	3	0,997
160	1,48	130	7,17	509,4	2 880 971	177	1,2	45	3,3	0,997
165	1,51	137	7,26	515,4	3 062 583	182	1,2	45	3,3	0,994
170	1,52	141	7,33	520,2	3 212 508	186	1,2	45	3,3	0,997
175	1,54	146	7,39	525	3 366 595	190	1,2	45	3,3	0,999

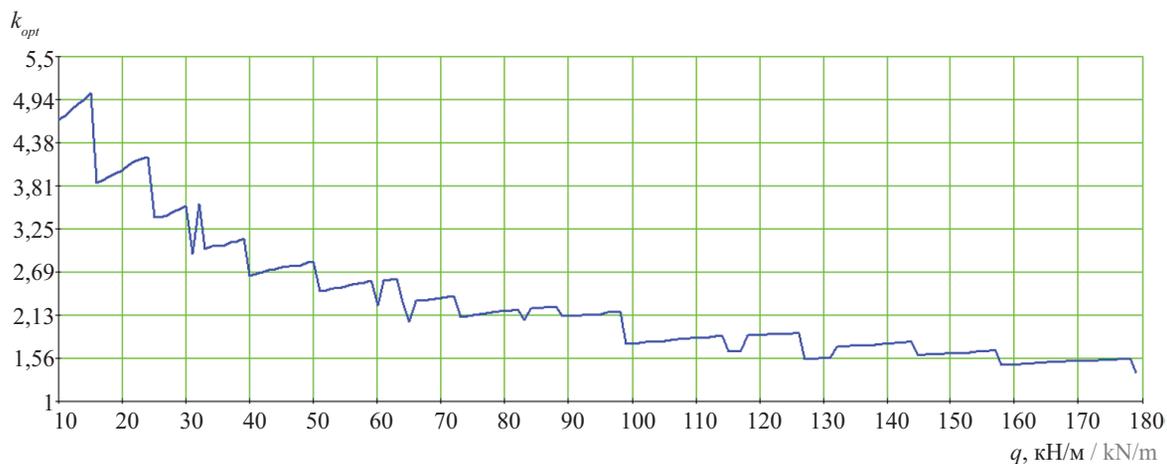


Рис. 2. Изменение  $k_{opt}$  в зависимости от нагрузки, при пролете 18 м

Fig. 2. Change of  $k_{opt}$  depending on the load, with a span of 18 m

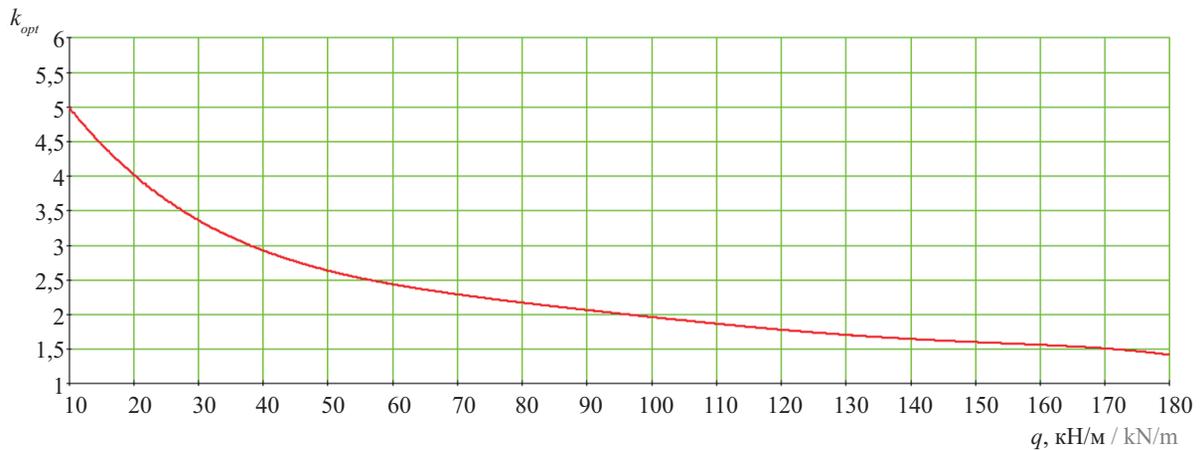


Рис. 3. График сглаженной функции  $k_{opt}^{18}(q)$  при пролете 18 м

Fig. 3. Graph of the smoothed function  $k_{opt}^{18}(q)$  with a span of 18 m

Для минимизации ошибки найдем частные производные SSE по каждому из коэффициентов и приравняем их к нулю:

$$\begin{aligned} \frac{dSSE}{da_0} = 0; \quad \frac{dSSE}{da_1} = 0; \quad \frac{dSSE}{da_2} = 0; \\ \frac{dSSE}{da_3} = 0; \quad \frac{dSSE}{da_4} = 0; \quad \frac{dSSE}{da_5} = 0. \end{aligned}$$

Далее составим систему уравнений и методом Гаусса решим ее. В результате получим:

$$\begin{aligned} a_0 = 6,4395; \quad a_1 = -1,673 \cdot 10^{-1}; \\ a_2 = 2,887 \cdot 10^{-3}; \quad a_3 = -2,643 \cdot 10^{-5}; \\ a_4 = 1,195 \cdot 10^{-7}; \quad a_5 = -2,102 \cdot 10^{-10}. \end{aligned}$$

Тогда уравнение функции  $k_{opt}(q)$  при пролете 18 м можно записать так:

$$\begin{aligned} k_{opt}^{18}(q) = -2,102 \cdot 10^{-10} \cdot q^5 + 1,195 \cdot 10^{-7} \times \\ \times q^4 - 2,643 \cdot 10^{-5} \cdot q^3 + 2,887 \cdot 10^{-3} \cdot q^2 - \\ - 1,673 \cdot 10^{-1} \cdot q + 6,395. \end{aligned} \quad (8)$$

На графике (рис. 3) показана зависимость  $k_{opt}(q)$  при пролете 18 м с шагом нагрузки 1 кН/мп. Условная гибкость стенки  $\lambda_{w,opt}$  может быть определена по графику (рис. 4) при значении распределенной нагрузки  $q$ , данной с шагом 1 кН/мп. Как видно из графика, условная гибкость стенки имеет сложный закон распределения относительно распределенной нагрузки  $q$ , это значительно усложняет аппроксимацию функции  $\lambda_{w,opt}^{18}(q)$ .

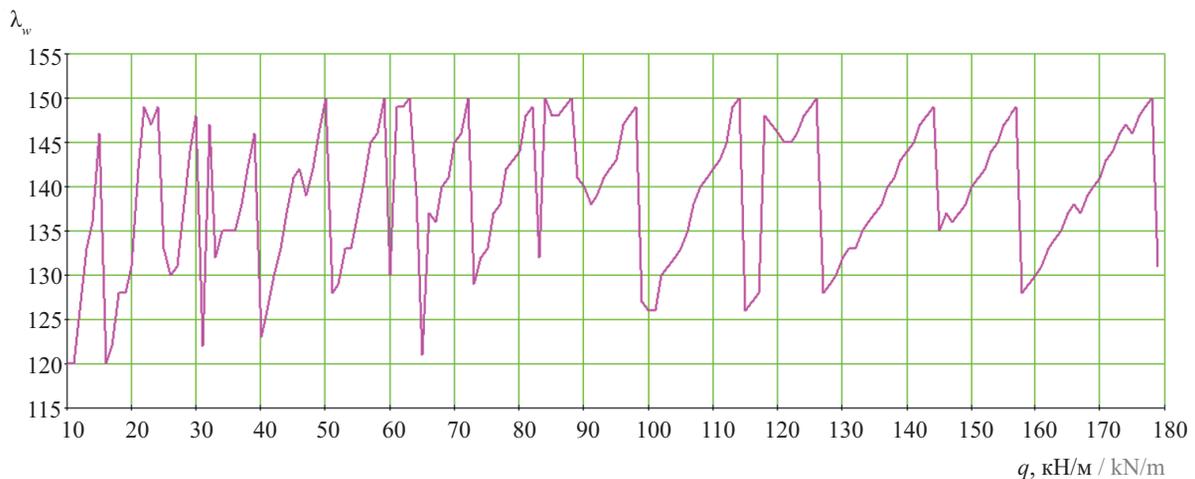


Рис. 4. Изменение  $\lambda_{w,opt}$  в зависимости от нагрузки при пролете 18 м

Fig. 4. Change of  $\lambda_{w,opt}$  depending on the load, with a span of 18 m

Из графика (рис. 4) следует, что основные значения  $\lambda_{w, opt}$  лежат в диапазоне 130–150 при равномерно распределенной нагрузке от 50 кН/м. Можно сделать вывод, что этот диапазон и будет являться основным при выборе  $\lambda_w$  при пролете 18 м.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты численного исследования показали, что предложенный способ определения генеральных размеров стальных сварных балок, помимо уменьше-

ния трудозатрат для инженера-конструктора, позволяет подбирать сечения балок, оптимальные по весу.

В рамках исследования был проведен итерационный подбор оптимальных сечений балок с пролетами 18, 16, 14, и 12 м и нагрузками от 10 до 175 кН/м, варьируя значения условной гибкости от 120 до 150 и  $k_{opt}$  таким образом, чтобы вес балки при данных условиях был минимальным.

В результате получены табличные данные с оптимальными сечениями для указанных диапазонов. Построение графиков зависимости  $k_{opt}$  и условной

Табл. 5. Коэффициенты  $\lambda_{w, opt}$  и  $k_{opt}$  при различных пролетах и нагрузках

Table 5. Coefficients  $\lambda_{w, opt}$ ,  $k_{opt}$  at different spans and loads

$q$ , кН/м kN/m	$L = 16 \text{ м / m}$				$L = 14 \text{ м / m}$				$L = 12 \text{ м / m}$			
	$k_{opt}$	$\lambda_w$	Вес, т Weight, t	$A$ , см <sup>2</sup> cm <sup>2</sup>	$k_{opt}$	$\lambda_w$	Вес Weight, t	$A$ , см <sup>2</sup> cm <sup>2</sup>	$k_{opt}$	$\lambda_w$	Вес, т Weight, t	$A$ , см <sup>2</sup> cm <sup>2</sup>
10	4,54	120	1,37	109	3,68	120	0,96	87,8	2,85	120	0,65	68,8
15	4,78	123	1,55	124	3,85	120	1,09	99,2	2,98	120	0,73	77,6
20	3,84	120	1,82	145	4,07	142	1,26	115	3,12	136	0,84	89,6
25	4,01	133	2,01	160	3,2	123	1,41	129	2,45	120	0,96	102,4
30	4,18	147	2,18	174	3,33	140	1,55	141,2	2,53	129	1,04	111,2
35	3,45	135	2,39	190	2,74	126	1,70	155	2,09	120	1,17	124
40	3,58	149	2,56	204	2,84	140	1,82	166	2,15	127	1,21	128,8
45	3,03	133	2,74	218	2,4	125	1,97	179,6	2,2	133	1,29	136,8
50	2,63	121	2,92	233	2,47	136	2,05	186,6	1,86	120	1,40	148,8
55	2,72	135	3,04	242	2,53	142	2,15	196,4	1,9	129	1,44	153,6
60	2,77	140	3,18	254	2,19	130	2,30	209,8	1,93	130	1,51	160,8
65	2,44	128	3,36	268	2,23	135	2,35	214,8	1,99	147	1,56	166,4
70	2,51	140	3,46	276	2,29	150	2,43	221,8	1,71	127	1,67	177,6
75	2,24	129	3,64	290	2,32	150	2,53	230,4	1,74	136	1,71	181,6
80	2,29	138	3,73	298	2,03	135	2,67	243,6	1,75	134	1,77	188,8
85	2,31	136	3,85	307	2,07	143	2,73	248,6	1,8	148	1,82	193,6
90	2,37	148	3,95	316	1,84	127	2,86	260,8	1,56	127	1,92	204,8
95	2,12	133	4,11	328	1,88	136	2,91	265,8	1,6	137	1,96	208,8
100	2,17	143	4,20	335	1,91	144	2,97	270,8	1,63	147	2,06	219,2
105	2,06	132	4,37	349	1,92	143	3,07	280	1,63	140	2,06	219,2
110	2,22	149	4,40	352	1,74	136	3,23	295	1,46	134	2,19	233,6
115	2,11	138	4,57	365	1,75	135	3,26	297	1,46	129	2,20	234,4
120	2,14	143	4,65	371	1,78	144	3,31	302	1,48	136	2,23	237,6
125	1,75	127	4,89	390	1,81	150	3,35	306	1,51	147	2,27	241,6
130	1,78	131	4,95	395	1,71	136	3,50	319	1,34	127	2,38	252,8
135	1,8	136	5,01	400	1,73	142	3,54	323	1,37	134	2,41	256
140	1,83	144	5,08	406	1,76	149	3,68	335,8	1,39	141	2,44	259,2
145	1,86	149	5,14	410	1,76	143	3,68	335,8	1,39	141	2,52	268
150	1,87	148	5,34	427	1,79	150	3,72	339,8	1,4	141	2,53	269,6
155	1,87	145	5,36	428	1,46	134	3,95	360	1,42	148	2,56	272,8
160	1,89	150	5,42	433	1,47	132	3,96	361	1,33	130	2,6	284,8
165	1,56	131	5,65	451	1,49	138	4,00	365	1,35	135	2,70	287,2
170	1,72	136	5,71	456	1,51	144	4,04	365	1,37	142	2,73	290,4
175	1,74	141	5,77	461	1,52	148	4,08	372	1,39	147	2,75	292,8

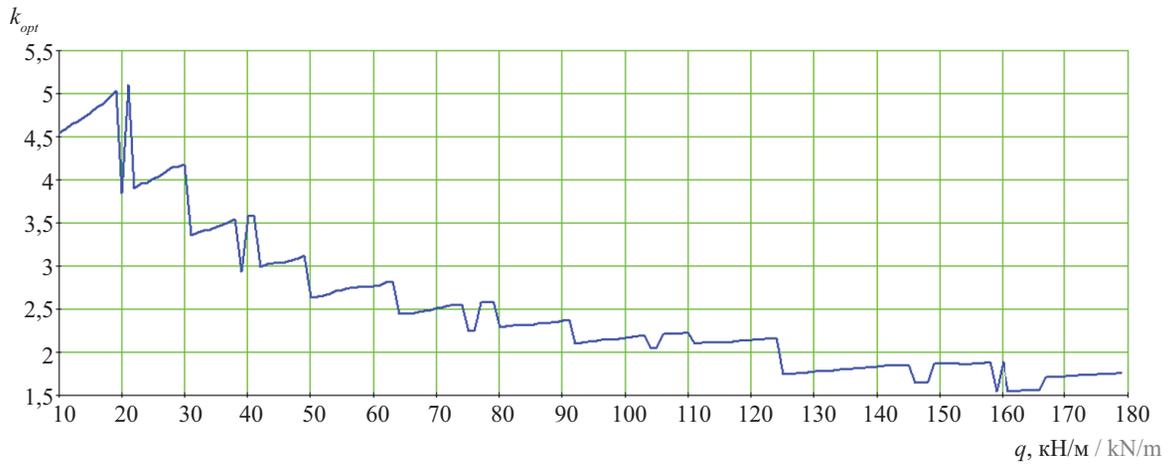


Рис. 5. Изменение  $k_{opt}$  в зависимости от нагрузки при пролете 16 м

Fig. 5. Change of  $k_{opt}$  depending on the load, with a span of 16 m

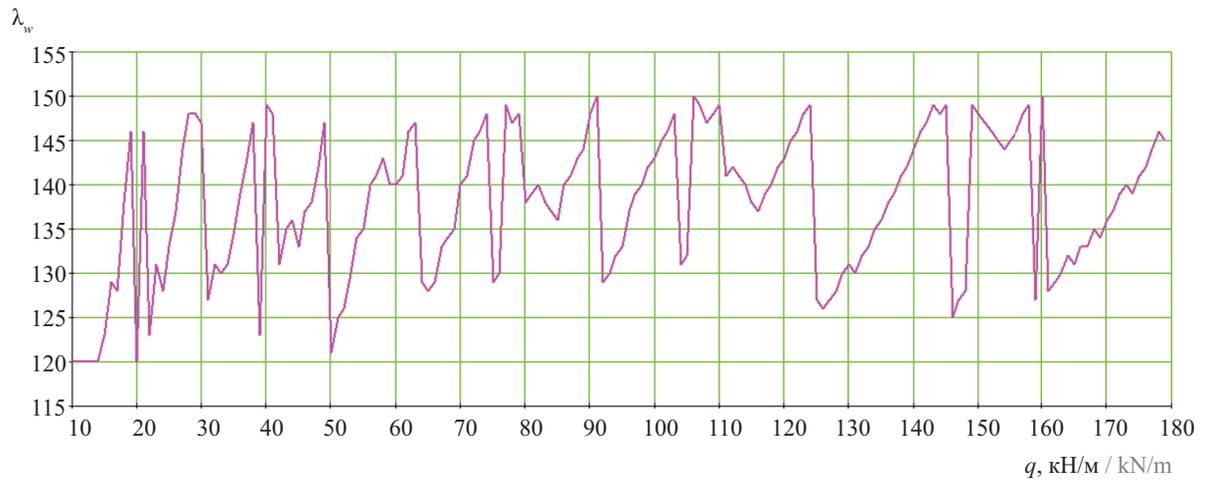


Рис. 6. Изменение  $\lambda_{w,opt}$  в зависимости от нагрузки при пролете 16 м

Fig. 6. Change of  $\lambda_{w,opt}$  depending on the load, with a span of 16 m

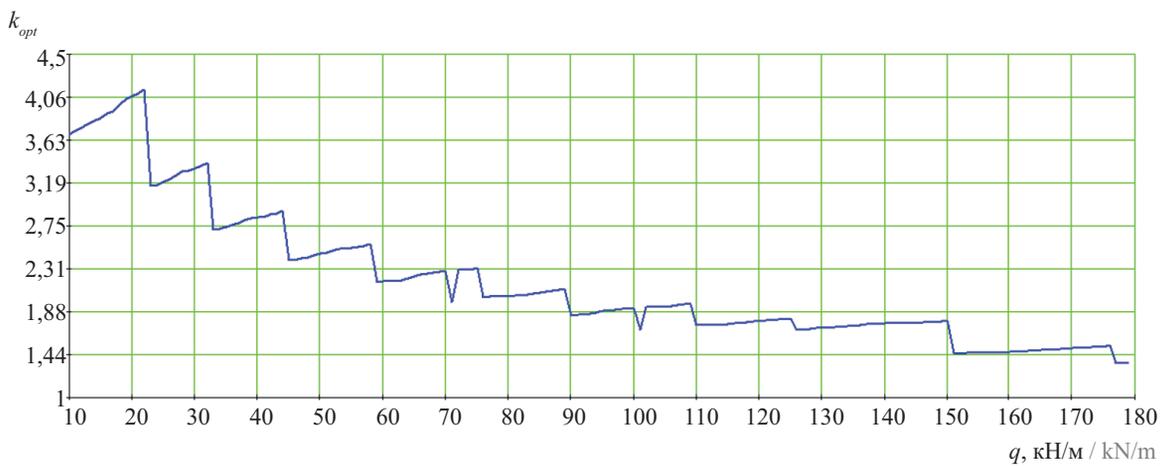


Рис. 7. Изменение  $k_{opt}$  в зависимости от нагрузки при пролете 14 м

Fig. 7. Change of  $k_{opt}$  depending on the load, with a span of 14 m

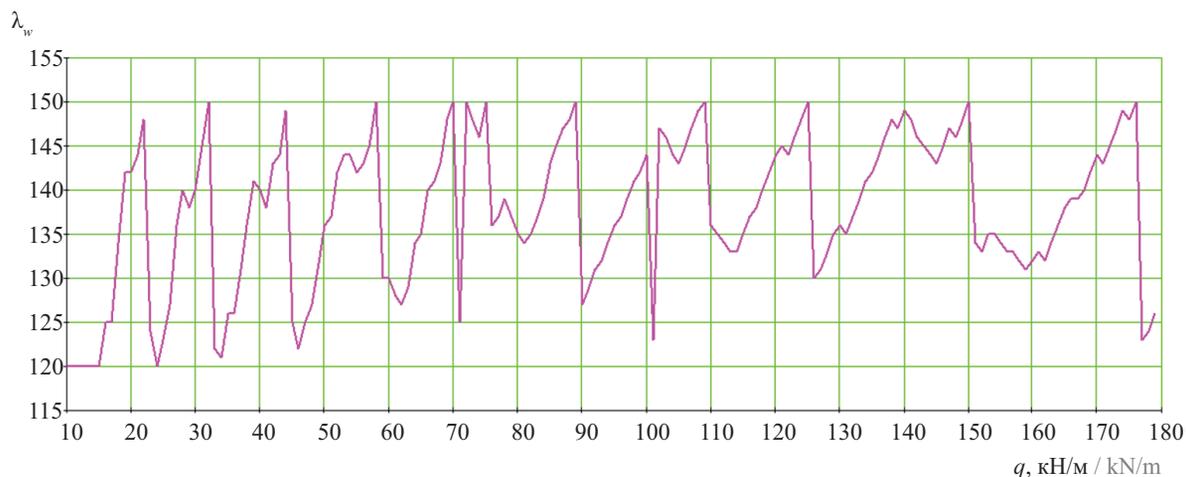


Рис. 8. Изменение  $\lambda_{w,opt}$  в зависимости от нагрузки при пролете 14 м

Fig. 8. Change of  $\lambda_{w,opt}$  depending on the load, with a span of 14 m

гибкости от нагрузки  $q$  позволило выявить возможность сглаживания функции и получить уравнение полинома  $k_{opt}(q)$ , которое может быть использовано для определения  $k_{opt}$  при подстановке значения  $q$ .

В табл. 5 приведены значения подобранных оптимальных по весу сечений и коэффициентов  $\lambda_{w,opt}$  и  $k_{opt}$  при пролетах 16, 14 и 12 м, дана нагрузка и соответствующая ей площадь поперечного сечения и итоговый вес балки.

На графике (рис. 5) показана зависимость  $k_{opt}(q)$  при пролете 16 м с шагом нагрузки 1 кН/мп. На графике зависимости  $\lambda_{w,opt}^{16}(q)$  (рис. 6) приведены значения условной гибкости при таком же шаге изменения нагрузки  $q$ .

На графике (рис. 7) показана зависимость  $k_{opt}(q)$  при пролете 14 м с шагом нагрузки 1 кН/мп. На графике зависимости  $\lambda_{w,opt}^{14}(q)$  (рис. 8) приведены значения условной гибкости при таком же шаге изменения нагрузки  $q$ .

На графике (рис. 9) показана зависимость  $k_{opt}(q)$  при пролете 12 м с шагом нагрузки 1 кН/мп. На графике зависимости  $\lambda_{w,opt}^{12}(q)$  (рис. 10) приведены

значения условной гибкости при таком же шаге изменения нагрузки  $q$ .

Аппроксимируя графики функций  $k_{opt}(q)$  при пролетах 16, 14, 12 м (рис. 5, 7, 9) аналогично, как при пролете 18 м, уравнения функций  $k_{opt}(q)$  можно записать так:

$$k_{opt}^{16}(q) = 1,985 \cdot 10^{-10} \cdot q^5 - 7,97 \cdot 10^{-8} \cdot q^4 + 9,341 \cdot 10^{-6} \cdot q^3 + 1,326 \cdot 10^{-5} \cdot q^2 - 0,06986 \cdot q + 5,676; \quad (9)$$

$$k_{opt}^{14}(q) = 1,253 \cdot 10^{-10} \cdot q^5 - 5,613 \cdot 10^{-8} \cdot q^4 + 7,768 \cdot 10^{-6} \cdot q^3 - 0,0001596 \cdot q^2 - 0,04412 \cdot q + 4,497; \quad (10)$$

$$k_{opt}^{12}(q) = 3,787 \cdot 10^{-11} \cdot q^5 - 1,672 \cdot 10^{-8} \cdot q^4 + 2,037 \cdot 10^{-6} \cdot q^3 + 7,603 \cdot 10^{-5} \cdot q^2 - 0,03368 \cdot q + 3,446. \quad (11)$$

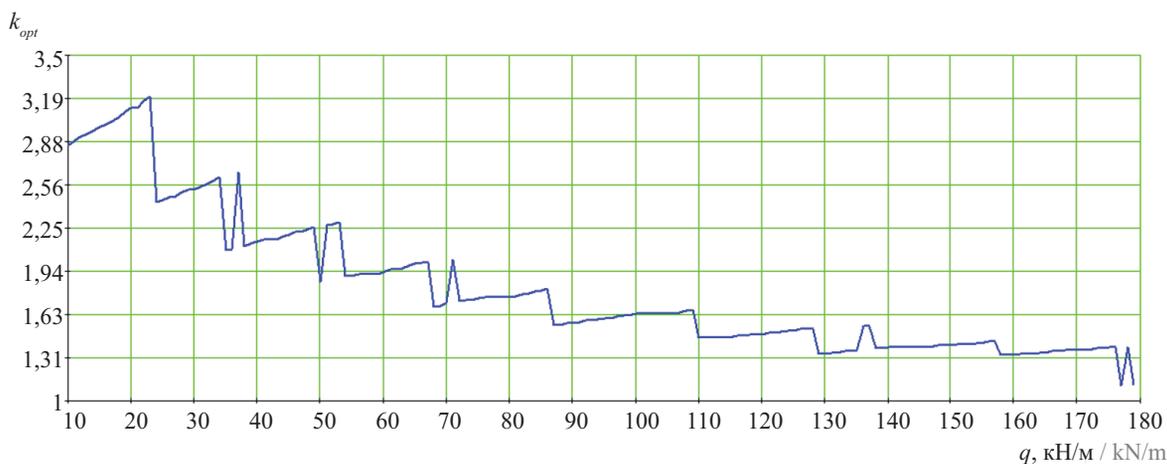


Рис. 9. Изменение  $k_{opt}$  в зависимости от нагрузки при пролете 12 м

Fig. 9. Change of  $k_{opt}$  depending on the load, with a span of 12 m

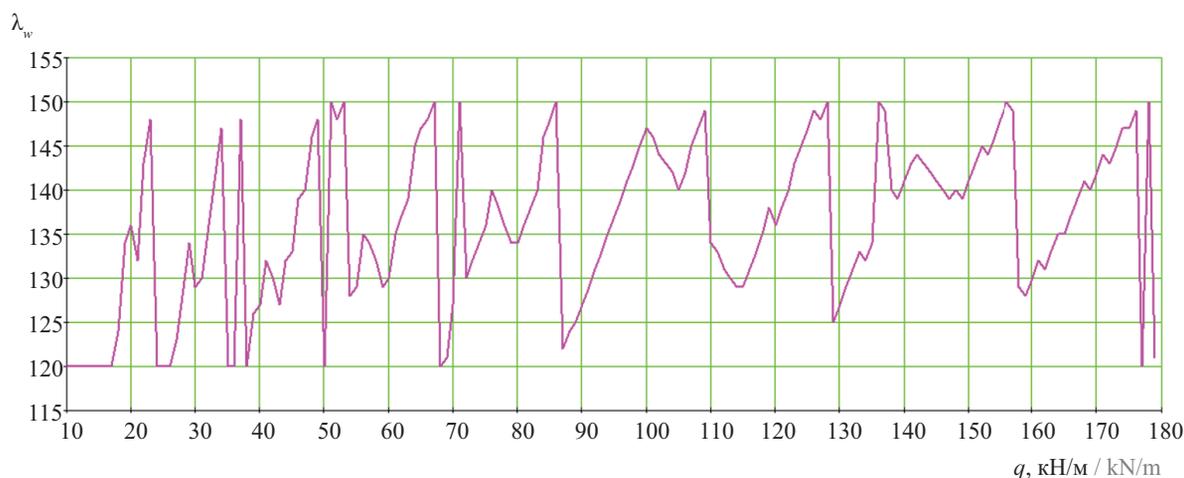


Рис. 10. Изменение  $\lambda_{w,opt}$  в зависимости от нагрузки при пролете 12 м

Fig. 10. Change of  $\lambda_{w,opt}$  depending on the load, with a span of 12 m

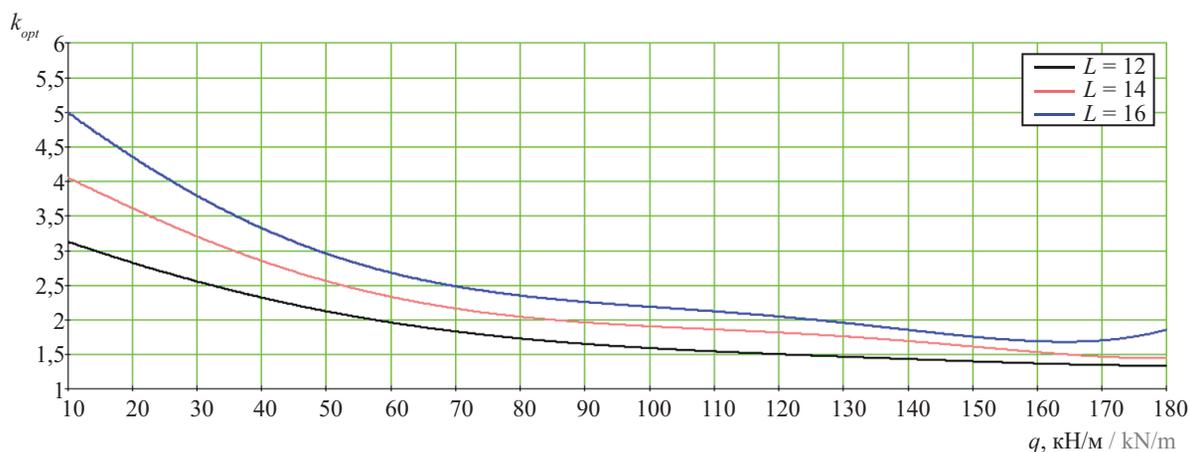


Рис. 11. График сглаженных функций  $k_{opt}(q)$  при пролетах 16, 14, 12 м

Fig. 11. Graph of smoothed functions  $k_{opt}(q)$  with spans of 16, 14, 12 m

Графики сглаженных функций  $k_{opt}(q)$  показаны на рис. 3 и 11. Пример подбора сечения сварной балки по представленной в исследовании методике приведен в табл. 3, алгоритм подбора сечения — на рис. 12.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Оптимизация размеров сварных балок является актуальной задачей, поскольку она имеет прямое влияние на экономическую эффективность конструкций. Снижение веса металлоконструкций ведет к сокращению затрат на материалы, производство, транспортировку и монтаж. В свете этой важности данное исследование направлено на определение оптимальных размеров сварных балок при заданных нагрузках и пролетах для достижения минимального веса конструкции.

Для решения поставленной задачи была применена энергетическая теория прочности. Путем расчета потенциальной энергии упругой деформации балки и последующего взятия первой производной

по высоте балки получено выражение для коэффициента  $k_{opt}$ , который характеризует оптимальное отношение высоты балки к толщине стенки и ширине балки к толщине пояса.

Представленный подход к оптимизации размеров сварных балок обеспечивает возможность применения как табличных данных, так и выведенных формул и построенных графиков для быстрого и точного определения оптимальных параметров. Методика, предложенная в рамках настоящего исследования, — простая и удобная для инженеров, облегчает процесс проектирования и повышает эффективность использования материалов и конструкций.

Внедрение этой методики в инженерную практику позволит добиться более эффективного использования материалов и человеческих ресурсов, что скажется на снижении стоимости и проектных работ.

Следует отметить, что исследования в этой области имеют большой потенциал для дальнейшего развития и усовершенствования методов оптими-

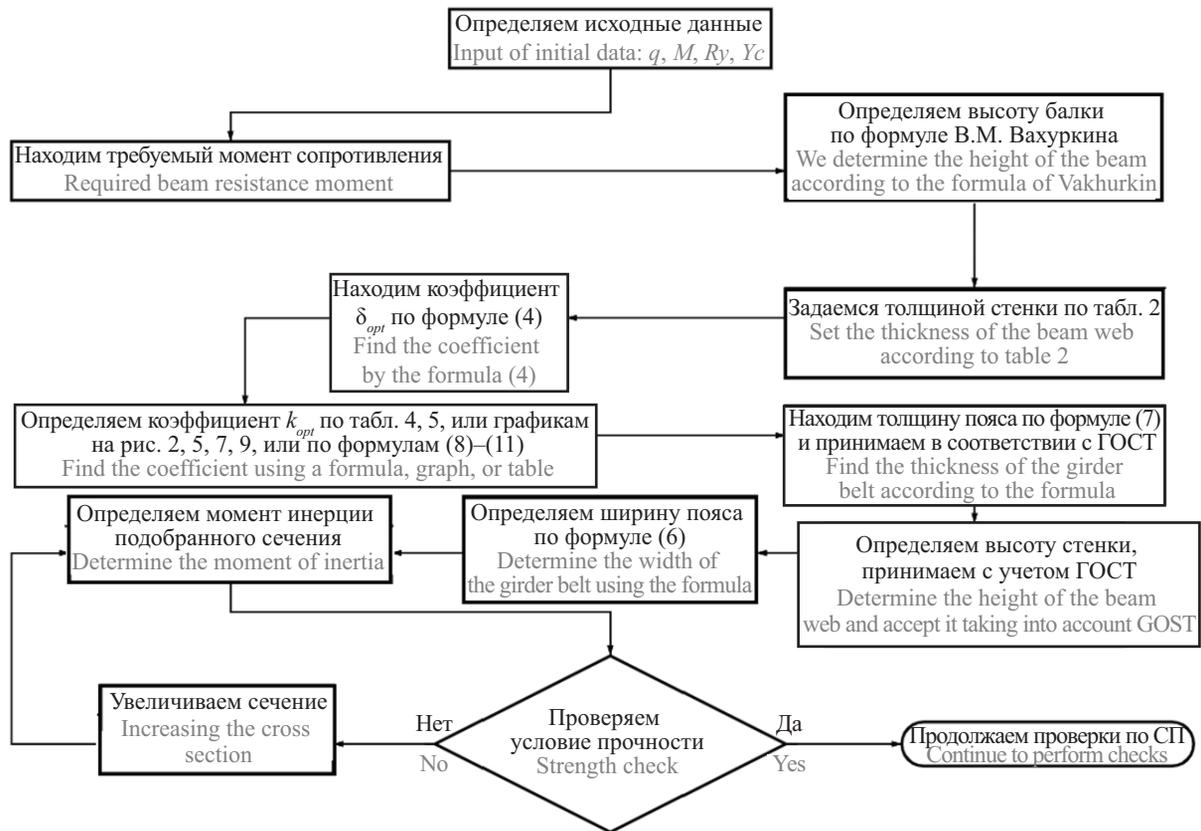


Рис. 12. Блок-схема алгоритма подбора оптимального сечения сварной балки

Fig. 12. Block diagram of the algorithm for selecting the optimal section of the welded beam

зации сварных балок [14–17]. Возможным направлением будущих исследований может стать анализ влияния дополнительных факторов на оптимальные параметры балок, а также разработка новых методов оптимизации, учитывающих сложные геоме-

трические и материаловедческие характеристики сварных конструкций. Такие исследования могут способствовать совершенствованию инженерных методов и повышению уровня безопасности и надежности металлоконструкций в целом.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Хижавский О.А. Оптимальные параметры главных балок стальных пролетных строений разрезной и неразрезной систем военных железнодорожных мостов // Вестник Военной академии материально-технического обеспечения им. генерала армии А.В. Хрулева. 2015. № 3. С. 73–76. EDN VTFFRH.
2. Василькин А.А. Оптимизация стальных конструкций с использованием САПР // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2016. № 1 (54). С. 116–124. EDN VLONOV.
3. Гинзбург А.В., Василькин А.А. Постановка задачи оптимального проектирования стальных конструкций // Вестник МГСУ. 2014. № 6. С. 52–62. DOI: 10.22227/1997-0935.2014.6.52-62. EDN SIJYCX.
4. Гарифуллин М.Р., Семенов С.А., Беляева С.В., Порываев И.А., Сафиуллин М.Н., Семенов А.А. Поиск рациональной геометрической схемы пространственной металлической конструкции покрытия большепролетного спортивного сооруже-

- ния // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2014. № 2 (17). С. 107–124. EDN RWGNQF.
5. Туснин А.Р. Автоматизация расчетов несущей способности элементов стальных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2010. № 10. С. 22–23. EDN MVMUDB.
6. Василькин А.А., Щербина С.В. Построение системы автоматизированного проектирования при оптимизации стальных стропильных ферм // Вестник МГСУ. 2015. № 2. С. 21–37. DOI: 10.22227/1997-0935.2015.2.21-37. EDN TIVXSZ.
7. Василькин А.А. Информационная технология автоматизации поддержки поиска проектных решений стальных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2016. № 5. С. 76–80. EDN VZDQBN.
8. Ерохин А.П. Применение параметрических моделей в автоматизированном проектировании авиационных конструкций // Новое слово в нау-

ке и практике: гипотезы и апробация результатов исследований. 2013. № 6. С. 95–99. EDN REDWEJ.

9. *Соболев Ю.В., Василькин А.А., Колосков А.Д.* Определение напряженно-деформированного состояния стенки с геометрическими дефектами в области монтажного стыка численными методами // Промышленное и гражданское строительство. 2005. № 12. С. 44–45. EDN RYAOOP.

10. *Тамразян А.Г., Филимонова Е.А.* Оптимальное проектирование железобетонных плит перекрытий по критерию минимальной стоимости // Современные проблемы расчета железобетонных конструкций, зданий и сооружений на аварийные воздействия. 2016. С. 424–433. EDN VXXKVL.

11. *Штейнбрехер О.А., Бурнышева Т.В.* Решение задачи параметрической оптимизации сетчатой цилиндрической конструкции // Инженерный журнал: наука и инновации. 2017. № 10 (70). С. 2. DOI: 10.18698/2308-6033-2017-10-1688. EDN ZHZQXX.

12. *Бажин Г.М., Кудряшов Д.В.* Оптимальные размеры стальных балок на примере прокатных

профилей // Инновации и инвестиции. 2023. № 5. С. 344–346. EDN ПADIY.

13. *Вахуркин В.М.* Наивыгоднейшая форма двутавровых балок // Бюллетень строительной техники. 1949. № 21. С. 3–8.

14. *Гольденберг Л.И.* Прочность и устойчивость некоторых эффективных типов тонколистовых металлических оболочек : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 1990. 58 с. EDN ZJOMRH.

15. *Ben-Tal A., Zowe J.* A unified theory of first and second order conditions for extremum problems in topological vector spaces // Mathematical Programming Studies. 1982. Vol. 19. Pp. 39–76. DOI: 10.1007/bfb0120982

16. *Volkov A.A., Vasilkin A.A.* Optimal design of the steel structure by the sequence of partial optimization // Procedia Engineering. 2016. Pp. 850–855. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.08.176. EDN WHYWCS.

17. *Arruda E., Ourique F., Almudevar A., Silva R.* On cost based algorithm selection for problem solving // American Journal of Operations Research. 2013. Vol. 3. Issue 5. Pp. 431–438. DOI: 10.4236/ajor.2013.35041

Поступила в редакцию 11 июня 2023 г.

Принята в доработанном виде 13 августа 2023 г.

Одобрена для публикации 28 августа 2023 г.

ОБ АВТОРЕ: **Григорий Михайлович Бажин** — старший преподаватель кафедры металлических и деревянных конструкций; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; РИНЦ ID: 809764, ORCID: 0000-0002-7960-6421; gbajin@mail.ru.

## REFERENCES

1. Khizhavsky O.A. Optimal parameters of the main beams of steel spans of split and continuous systems of military railway bridges. *Bulletin of the Military Academy of Material and Technical Support named after army General A.V. Khruleva*. 2023; 5:73-76. EDN VTFFRH. (rus.).

2. Vasilkin A.A. Optimization of steel structures using cad-systems. *Journal of Construction and Architecture*. 2016; 1(54):116-124. EDN VLONOV. (rus.).

3. Ginzburg A.V., Vasil'kin A.A. Problem statement for optimal design of steel structures. *Vestnik MGSU [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]*. 2014; 6:52-62. DOI: 10.22227/1997-0935.2014.6.52-62. EDN SIJYCX. (rus.).

4. Garifullin M.R., Semenov S.A., Belyaeva S.V., Porivaev I.A., Safiullin M.N., Semenov A.A. The search of rational shape of spatial metal roof of long-span sport arena. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2014; 2(17):107-124. EDN RWGNQF. (rus.).

5. Tusnin A.R. Automation of calculations of bearing capacity of steel structures' elements. *Industrial and*

*Civil Engineering*. 2010; 10:22-23. EDN MVMUDB. (rus.).

6. Vasil'kin A.A., Shcherbina S.V. Development of a computer-aided design system for optimization of steel trusses. *Vestnik MGSU [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]*. 2015; 2:21-37. DOI: 10.22227/1997-0935.2015.2.21-37. EDN TIVXSZ. (rus.).

7. Vasilkin A.A. Information technology of automation of search support for design solutions of steel structures. *Industrial and Civil Engineering*. 2016; 5:76-80. EDN VZDQBN. (rus.).

8. Erokhin A.P. Application of parametric models in automated design of aircraft structures. *New Word in Science and Practice: Hypotheses and Approbation of Research Results*. 2013; 6:9599. EDN REDWEJ. (rus.).

9. Vasilkin A.A., Koloskov A.D. Determination of the stress and strain state of the wall with geometric imperfections in the area of the field joint by numerical methods. *Industrial and Civil Engineering*. 2005; 12:44-45. EDN RYAOOP. (rus.).

10. Tamrazyan A.G., Filimonova E.A. Optimal design of reinforced concrete slabs according to the cri-

terion of minimum cost. *Modern problems of calculation of reinforced concrete structures, buildings and structures for emergency impacts*. 2016; 424-433. EDN VXXKVL. (rus.).

11. Shteynbrekher O.A., Burnysheva T.V. Solving the problem of mesh cylindrical structure parametric optimization. *Engineering Journal: Science and Innovation*. 2017; 10(70):2. DOI: 10.18698/2308-6033-2017-10-1688. EDN ZHZQXX. (rus.).

12. Bazhin G.M., Kudryashov D.V. Optimal dimensions of steel beams on the example of rolling profiles. *Innovation and Investment*. 2023; 5:344-346. EDN IIADIY. (rus.).

13. Vakhurkin V.M. The most advantageous form of I-beams. *Bulletin of Construction Machinery*. 1949; 21:3-8. (rus.).

14. Goldenberg L.I. *Strength and stability of some effective types of thin-sheet metal shells : abstract. dis. ... Doctor of Technical Sciences*. Moscow, 1990; 58. EDN ZOMR. (rus.).

15. Ben-Tal A., Zowe J. A unified theory of first and second order conditions for extremum problems in topological vector spaces. *Mathematical Programming Studies*. 1982; 19:39-76. DOI: 10.1007/bfb0120982

16. Volkov A.A., Vasilkin A.A. Optimal design of the steel structure by the sequence of partial optimization. *Procedia Engineering*. 2016; 850-855. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.08.176. EDN WHYWCS.

17. Arruda E., Ourique F., Almudevar A., Silva R. On cost based algorithm selection for problem solving. *American Journal of Operations Research*. 2013; 3(5):431-438. DOI: 10.4236/ajor.2013.35041

Received June 11, 2023.

Adopted in revised form on August 13, 2023.

Approved for publication on August 28, 2023.

**BIONOTES:** Grigoriy M. Bazhin — senior lecturer of the Department of Metal and Timber Structures; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ID RSCI: 809764, ORCID: 0000-0002-7960-6421; gbajin@mail.ru.