НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER
УДК 624.044.2
DOI: 10.22227/1997-0935.2023.8.1212-1219

Исследование прогибов и частот собственных колебаний круглых изотропных пластин переменной толщины по закону квадратной параболы с утолщением на опоре

Андрей Викторович Турков, Сергей Иванович Полешко
Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева (ОГУ им. И.С. Тургенева); г . Орел, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. В настоящее время в зданиях в качестве несущих элементов применяются в том числе круглые пластины переменной толщины, что вызывает необходимость в их диагностике и оценке качества. Профессор В.И. Коробко выявил взаимосвязь между частотами собственных поперечных колебаний ω и максимальными прогибами W_0 от равномерно распределенной нагрузки для изотропных пластинок постоянной толщины при однородном опирании по контуру. Цель исследования — установить взаимосвязь между максимальным прогибом и частотой собственных поперечных колебаний для пластин переменной по закону квадратной параболы толщины при утолщении к опоре.
Материалы и методы. Расчетная конструкция — стальная круглая изотропная пластина переменной по закону квадратной параболы толщины при утолщении к опоре. Исследования проводились методом конечных элементов, опирание по контуру — шарнирное и жесткое защемление.
Результаты. Определены максимальные прогибы и частоты собственных колебаний круглой изотропной пластинки при различном соотношении толщины пластины на опоре t_1 к толщине в центре t_2. Рассмотрена взаимосвязь максимальных прогибов равномерно распределенной нагрузки W_0 и основной частоты собственных колебаний ω круглой пластины. Построены графики зависимости максимальных прогибов и частот собственных поперечных колебаний пластины от соотношения t_1/t_2.
Выводы. Установлено, что коэффициент K подчиняется в пределах 5 % зависимости профессора В.И. Коробко только при соотношении толщины на опоре к толщине в центре $t_1/t_2 = 55/50 < 1{,}1$ для обеих схем опирания. При соотношении толщин $t_1/t_2 = 100/50 = 2$ расхождение коэффициента K с аналитическим составляет около 30 % для шарнирного опирания до 43,8 % при жестком опирании по контуру. Все значения коэффициента K для круглых изотропных пластин переменной по закону квадратной параболы толщины при утолщении на опоре дают завышенные значения коэффициента K по сравнению с теоретическими значениями для шарнирного и жесткого опирания.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: круглая пластина, толщина пластины, шарнирное опирание, жесткое опирание, равномерно распределенная нагрузка, сосредоточенные массы, частота собственных поперечных колебаний, максимальный прогиб

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: *Турков А.В., Полешко С.И.* Исследование прогибов и частот собственных колебаний круглых изотропных пластин переменной толщины по закону квадратной параболы с утолщением на опоре // Вестник МГСУ. 2023. Т. 18. Вып. 8. С. 1212–1219. DOI: 10.22227/1997-0935.2023.8.1212-1219

Автор, ответственный за переписку: Андрей Викторович Турков, aturkov@bk.ru.

Investigation of deflections and natural vibration frequencies of circular isotropic plates of variable thickness according to the law of square parabola with thickening to the support

Andrey V. Turkov, Sergey I. Poleshko
Orel State University named after I.S. Turgenev (OSU named after I.S. Turgenev); Orel, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. At the present time, round plates of variable thickness are used as load-bearing elements in buildings, which causes the necessity of their diagnostics and quality assessment. Such structures can be used as roofs of vertical cylindrical tanks, round silos and bunkers, hatches in the ceilings of buildings and structures. Professor V.I. Korobko revealed the relationship between the frequencies of their own transverse vibrations ω and maximum deflections W_0 from uniformly

© А.В. Турков, С.И. Полешко, 2023
Распространяется на основании Creative Commons Attribution Non-Commercial (CC BY-NC)

distributed load for isotropic plates of constant thickness at homogeneous support along the contour. The aim of the study is to establish the relationship between the maximum deflection and the frequency of their own transverse vibrations for plates of variable thickness according to the law of square parabola with thickening to the support. Based on the theoretical data obtained, it is possible to diagnose defects (change in the design scheme, destruction, reduction in the thickness of the plate as a result of corrosion, etc.) based on the results of comparison and analysis of theoretical and experimentally measured natural vibration frequencies and (or) maximum deflections in the center of the plate.

Materials and methods. The design structure is a steel round isotropic plate of variable thickness according to the law of square parabola with thickening to the support. The studies were carried out by the finite element method, hinged and rigid pinching.

Results. Maximum deflections and frequencies of natural vibrations of a circular isotropic plate with different ratio of the plate thickness on the support t_1 to the thickness in the center t_2 were determined. The relationship between the maximum deflections of uniformly distributed load W_0 and the fundamental frequency of natural vibrations ω of the circular plate is considered. Based on the results of the study, graphs of dependence of maximum deflections and frequencies of natural transverse vibrations of the plate on the ratio t_1/t_2 are plotted.

Conclusions. As a result of numerical studies, the maximum deflections and the main vibration frequencies for circular isotropic plates of variable thickness according to the square parabola law with thickening to the support were determined. It was established that the *K* coefficient obeys within 5 % of the dependence of Professor V.I. Korobko only when the ratio of the thickness on the support to the thickness in the center t_1/t_2 = 55/50 < 1.1 for both support schemes. This is explained by the fact that the dependence (1) is derived for isotropic plates of constant thickness and the distribution of mass unevenly over the entire area of the plate leads to a significant error already at the stage of small difference between the thicknesses to the support and in the center. With the thickness ratio t_1/t_2 = 100/50 = 2, the discrepancy between the *K* coefficient and the analytical one is about 30 % for hinged support and 43.8 % for rigid support along the contour. This means a more significant influence of the uneven mass distribution for such homogeneous boundary conditions. It is also revealed that all values of the *K* coefficient for circular isotropic plates of variable thickness according to the law of the square parabola with thickening to the support give overestimated values of the *K* coefficient in comparison with theoretical values for hinged and rigid support.

KEYWORDS: round plate, plate thickness, hinged support, rigid support, uniformly distributed load, concentrated masses, transverse natural frequency, maximum deflection

FOR CITATION: Turkov A.V., Poleshko S.I. Investigation of deflections and natural vibration frequencies of circular isotropic plates of variable thickness according to the law of square parabola with thickening to the support. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2023; 18(8):1212-1219. DOI: 10.22227/1997-0935.2023.8.1212-1219 (rus.).

Corresponding author: Andrey V. Turkov, aturkov@bk.ru.

ВВЕДЕНИЕ

Пластины достаточно широко применяются в строительстве, а также в таких областях машиностроения, как судостроение, станкостроение авиационная отрасль и т.п. Пластины работают на различные виды нагрузок — статические и динамические, а условия закрепления по внешнему контуру могут быть различные, в том числе и неоднородные. В связи с этим возникает необходимость в их диагностике и оценке качества.

Профессор В.И. Коробко установил взаимосвязь между частотами собственных поперечных колебаний ω и максимальными прогибами W_0 от равномерно распределенной нагрузки для изотропных пластинок постоянной толщины при однородном опирании по контуру [1], согласно которой вне зависимости от граничных условий пластины по контуру произведение квадрата основной частоты колебаний в ненагруженном состоянии ω на максимальный прогиб W_0 от действия равномерно распределенной нагрузки q с точностью до множителя q/m является постоянной величиной:

$$W_0 \cdot \omega^2 = K\frac{q}{m}, \quad (1)$$

где m — масса пластины, равномерно распределенная по ее площади.

Оценке жесткости изотропных пластин при статических и динамических нагрузках посвящено большое количество работ ученых [1–3]. Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных поперечных колебаний составных и сплошных пластинок изучали В.И. Коробко и О.В. Бояркина (Калашникова) [4–6], А.В. Турков, К.А. Жупикова (Иванушкина) [7], К.В. Марфин [8], Н.С. Абашина [9], K. Pisačić и соавт. [10] и др. Вопросы устойчивости пластин рассматривали И.Р. Садигов [11], Р.В. Гольдштейн и соавт. [12]. Динамическими расчетами пластин в последнее время занимались И.А. Судакова и соавт. [13], Дж.Г. Агаларов и Г.А. Мамедова [14], расчетами пластин в нелинейной постановке — Р.Ф. Габбасов, Н.Б. Уварова [15, 16], исследованиями пластин численными методами — П.А. Акимов и соавт. [17], B. Kövesdi [18], V. Nadolski и соавт. [19] и другие авторы [20]. Чтобы подтвердить закономерность (1) для пластин переменной толщины по закону квадратной параболы с утолщением на опоре были проведены их численные исследования при различном соотношении толщины на опоре t_1 к толщине пластины в центре t_2, при этом $t_1 \geq t_2$.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Расчетная конструкция — круглая изотропная пластина переменной толщины по закону квадратной параболы с утолщением на опоре (рис. 1).

Толщина пластины описывается выражением:

$$t = 5 + k(R - x)^2, \text{ см}. \quad (2)$$

Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • Том 18. Выпуск 8, 2023
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • Volume 18. Issue 8, 2023

Табл. 1. Коэффициенты k для определения толщины пластины по формуле (2)

Table 1. Coefficients k for determining the thickness of the plate by the formula (2)

$k \cdot 10^{-5}$	Коэффициент k в выражении (2) при толщине пластины t_2 на опоре, мм Coefficient k in terms of (2) at plate thickness t_2 on the support, mm										
	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
	0	0,556	1,11	1,67	2,22	2,78	3,33	3,889	4,444	5,00	5,555

Коэффициент k в выражении (2) вычисляется для каждой расчетной толщины на опоре пластины t_1, значения приведены в табл. 1.

Цель исследования — установить взаимосвязь между максимальным прогибом и частотой собственных поперечных колебаний для пластин переменной по закону квадратной параболы толщины при утолщении на опоре.

Задачи исследования:

1. Разработать для расчетной пластины переменной толщины конечно-элементную схему.

2. Вычислить максимальные прогибы в центре пластины при действии равномерно распределенной по поверхности конструкции нагрузки при различном соотношении t_1/t_2 и различных краевых условиях.

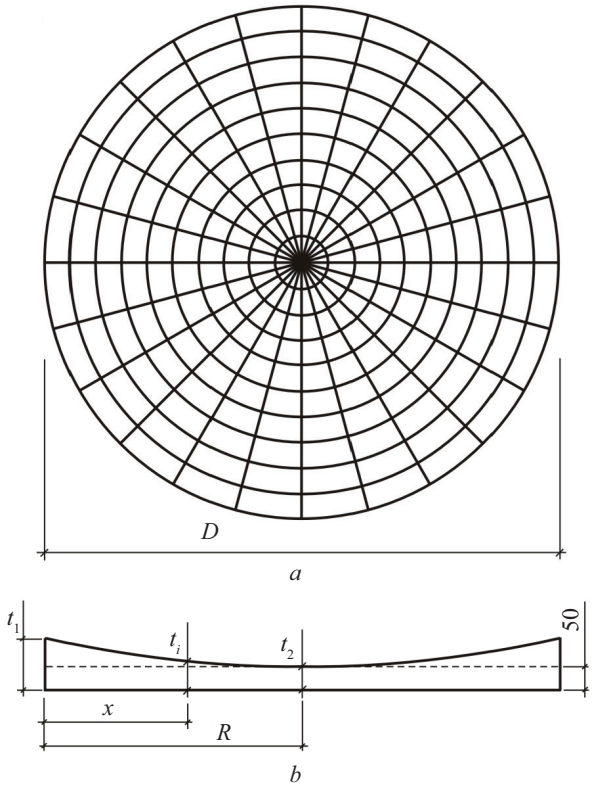

Рис. 1. Круглая пластинка переменной по закону квадратной параболы толщины при утолщении к опоре: *a* — конечно-элементная схема; *b* — толщина пластины

Fig. 1. Circular plate of variable thickness by the law of square parabola with thickening to the support: *a* — finite element scheme; *b* — plate thickness

3. Определить круговые частоты собственных поперечных колебаний пластин при различном соотношении t_1/t_2 и различных краевых условиях.

4. Провести анализ полученных результатов.

Исследования пластин выполнялись методом конечных элементов. Расчетные схемы пластинок переменной толщины приведены на рис. 2. При расчете пластин принимались следующие схемы — шарнирное опирание (рис. 2, *a*) и жесткое защемление по контуру (рис. 2, *b*).

Пластина диаметром 6 м разбита на 240 конечных элементов — 24 элемента в кольцевом направлении и 10 элементов в радиальном (рис. 1). Толщина пластины в центре принималась постоянной 0,05 м, толщина на опоре являлась переменным параметром и изменялась от 0,05 м (пластина постоянной толщины) до 0,10 м с шагом 0,005 м. Пластина из стали обычного качества, объемный вес стали принимался по нормам 78,5 кН/м^3. Модуль упругости стали также взят по нормам СП 16.13330.2017 «Стальные конструкции» $E = 2{,}06 \cdot 10^5$ МПа. Все расчеты проводились в предположении упругой работы стали.

Равномерно распределенная нагрузка на пластину принималась равной q = 1 кН/м^2. При определении собственных частот колебаний в узлы пластины прикладывались сосредоточенные массы от собственного веса пластины, которые вычислялись согласно грузовой площади соответствующих

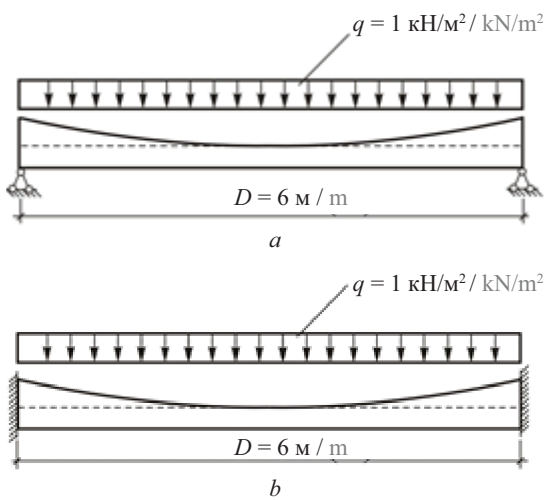

Рис. 2. Расчетные схемы пластин: *a* — с шарнирным опиранием по контуру; *b* — с защемлением по контуру

Fig. 2. Calculation schemes of plates: *a* — with hinge support along the contour; *b* — with pinching along the contour

Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • Том 18. Выпуск 8, 2023
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • Volume 18. Issue 8, 2023

узлов. Опирание конструкции осуществлялось в контурных узлах пластин. Установление прогибов и частот колебаний выполнялось в программном комплексе SCAD [17].

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Результаты численных исследований пластинки приведены в табл. 2, 3. По данным табл. 2 и 3 построены графики изменения частот колебаний (рис. 3), максимальных прогибов (рис. 4) в исследуемых пластинах и отклонения Δ, %, коэффициента пропорциональности K (рис. 5). Отклонение фактического значения коэффициента K от теоретического $K_{теор}$ определялось по формуле:

$$\Delta = \frac{K_{теор} - K}{K_{теор}} \cdot 100\ \%. \qquad (3)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

В результате численных исследований определены максимальные прогибы и основные частоты колебаний для круглых изотропных пластин переменной по закону квадратной параболы толщины при утолщении на опоре. Как показали исследования, коэффициент K подчиняется в пределах 5 % зависимости профессора В.И. Коробко только при соотношении толщины на опоре к толщине в центре $t_1/t_2 = 55/50 < 1{,}1$

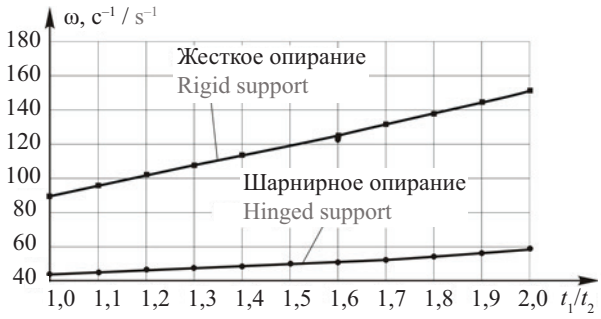

Рис. 3. Изменение частот собственных колебаний в зависимости от соотношения толщины пластины t_1 на опоре к толщине t_2 в центре

Fig. 3. Variation of natural oscillation frequencies depending on the ratio of the thickness of the plate t_1 on the support to the thickness t_2 in the center

для обеих схем опирания. Это объясняется тем, что зависимость (1) выведена для изотропных пластин постоянной толщины и распределение массы неравномерно по всей площади пластины приводит к существенной погрешности уже на стадии небольшой разницы между толщинами на опоре и в центре. При соотношении толщин $t_1/t_2 = 100/50 = 2$ расхождение коэффициента K с аналитическим составляет около 30 % при шарнирном опирании и до 43,8 % при жестком опирании по контуру, что свидетельствует о значительно большем влиянии неравномерного распреде-

Табл. 2. Результаты численных исследований круглой пластины с переменной по закону квадратной параболы толщины при утолщении на опоре при шарнирном опирании

Table 2. Results of numerical studies of a circular plate with thickness variable according to the law of square parabola with thickening to the support with hinged support

t_1, мм / mm	t_2, мм / mm	Круговая частота основного тона ω, с⁻¹ The circular frequency of the main tone ω, s⁻¹	Максимальный прогиб W_0, мм Maximum deflection W_0, mm	$K = W_0\omega^2/(q/m)$	K на основе теоретических значений W_0 и ω K based on theoretical values W_0 and ω	Отклонение K от $K_{теор}$ по выражению (3) Deviation K to from K_{theor} in terms of (3)
50	50	42,52237	21,8409	1,581	1,579	–0,11
55	50	44,11425	19,9741	1,633		–3,44
60	50	45,70629	18,3175	1,685		–6,69
65	50	47,32870	16,8212	1,734		–9,84
70	50	48,96650	15,4827	1,783		–12,94
75	50	50,63780	14,2663	1,831		–15,94
80	50	52,32624	13,1725	1,877		–18,90
85	50	54,04877	12,1744	1,923		–21,76
90	50	55,78840	11,2734	1,967		–24,59
95	50	57,56141	10,4485	2,010		–27,33
100	50	59,35058	9,7016	2,053		–30,03

Табл. 3. Результаты численных исследований круглой пластины с переменной по закону квадратной параболы толщины при утолщении на опоре при защемлении по контуру

Table 3. Results of numerical studies of a circular plate with thickness variable according to the square parabola law with thickening to the support when pinching along the contour

t_1, мм / mm	t_2, мм / mm	Круговая частота основного тона ω, $с^{-1}$ The circular frequency of the main tone ω, s^{-1}	Максимальный прогиб W_0, мм Maximum deflection, W_0, mm	$K = W_0\omega^2/(q/m)$	K на основе теоретических значений W_0 и ω K based on theoretical values W_0 and ω	Отклонение K от K_{resp} по выражению (3) Deviation K to from K_{theor} in terms of (3)
50	50	89,80446	5,1396	1,658		–1,81
55	50	96,00478	4,4623	1,728		–6,08
60	50	102,1698	3,9121	1,798		–10,36
65	50	108,3345	3,4556	1,867		–14,60
70	50	114,4624	3,0759	1,936		–18,84
75	50	120,5893	2,7540	2,004	1,629	–23,04
80	50	126,6794	2,4813	2,073		–27,24
85	50	132,7690	2,2461	2,140		–31,40
90	50	138,8224	2,0437	2,208		–35,56
95	50	144,8761	1,8667	2,275		–39,68
100	50	150,8944	1,7125	2,343		–43,81

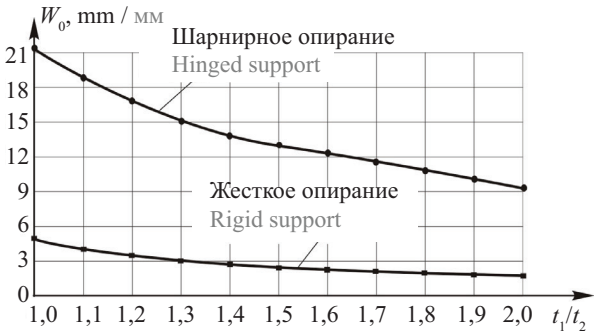

Рис. 4. Изменение прогибов от статической нагрузки в зависимости от соотношения толщины пластины t_1 на опоре к толщине t_2 в центре

Fig. 4. Variation of deflections from static load depending on the ratio of the thickness of the plate t_1 on the support to the thickness t_2 in the center

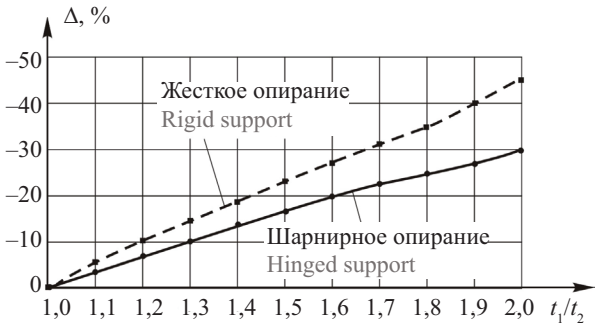

Рис. 5. Изменение отклонения Δ коэффициента K в зависимости от соотношения толщины пластины t_1 на опоре к толщине t_2 в центре

Fig. 5. Variation of the deviation Δ of the coefficient K depending on the ratio of the thickness of the plate t_1 on the support to the thickness t_2 in the center

ления массы пластины для таких граничных условий. Выявлено также, что все значения коэффициента K для круглых изотропных пластин переменной по закону квадратной параболы толщины при утолщении на опоре дают завышенные значения в сравнении с теоретическими значениями для обеих схем опирания.

Полученные результаты актуальны в части возможности диагностики дефектов, характерных для стальных конструкций, таких как снижение жесткости и несущей способности вследствие коррозии, особенно при затруднении или невозможности обследования конструкций, скрытых дефектов в виде трещин, в том числе в сварных швах, изменения условий опирания конструкции из-за коррозии металла в опорных узлах. Применение динамических методов натурных испытаний позволит существенно упростить и удешевить получение экспериментальных данных о таких конструкциях. Подобные исследования пластин переменной толщины по закону обратной параболы, в которых рассматривается взаимосвязь максимальных прогибов от равномерно распределенной нагрузки и собственных частот поперечных колебаний, являются оригинальными, а результаты численных исследований получены впервые.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Александров А.В., Потапов В.Д.* Основы теории упругости и пластичности. М. : Высшая школа, 1990. 398 с.

2. *Варвак П.М., Рябов А.Ф.* Справочник по теории упругости. Киев : Будівельник, 1971. 419 с.

3. *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластинки и оболочки. М. : Наука, 1966. 636 с.

4. *Коробко В.И.* Об одной «замечательной» закономерности в теории упругих пластинок // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1989. № 11. С. 32–36.

5. *Коробко В.И., Бояркина О.В.* Взаимосвязь задач поперечного изгиба и свободных колебаний треугольных пластинок // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Строительство и архитектура. 2007. № 22 (94). С. 24–26. EDN KWYAWV.

6. *Коробко В.И.* Применение изопериметрического метода к решению задач технической теории пластинок. Хабаровск, 1978. 66 с.

7. *Турков А.В., Жупикова К.А.* Взаимосвязь максимальных прогибов и частот собственных колебаний изотропных кольцевых пластин при шарнирном опирании по внешнему контуру // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и архитектуры : сб. мат. XX междунар. науч.-техн. конф. 2019. С. 299–302. URL: http://dmitriy.chiginskiy.ru/publications/files/Materialy_XX_MNTK-2019_Tula.pdf

8. *Турков А.В., Марфин К.В., Баженова А.В.* Прогибы и частоты собственных колебаний составных многослойных квадратных изотропных пластин с шарнирным опиранием по контуру при изменении жесткости связей сдвига // Строительство и реконструкция. 2019. № 4. С. 64–69. DOI: 10.33979/2073-7416-2019-84-4-64-69

9. *Turkov A., Abashina N.S.* Deflections and frequencies of natural oscillations of systems of composite two-layer isotropic plates of the round shape at the change of thickness of one of the layers // Istrazivanja i projektovanja za privredu. 2017. Vol. 15. Issue 3. Pp. 389–394. DOI: 10.5937/jaes15-14669

10. *Pisačić K., Horvat M., Botak Z.* Finite difference solution of plate bending using Wolfram Mathematica // Tehnički glasnik. 2019. Vol. 13. Issue 3. Pp. 241−247. DOI: 10.31803/tg-20190328111708

11. *Садигов И.Р.* Исследование устойчивости многослойных круглых пластин переменной толщины из нелинейно-упругого материала // Международный научно-исследовательский журнал. 2019. № 7–1 (85). С. 33–37. DOI: 10.23670/IRJ.2019.85.7.006 EDN QPJLNM.

12. *Гольдштейн Р.В., Попов А.Л., Козинцев В.М., Челюбеев Д.А.* Неосесимметричная потеря устойчивости при осесимметричном нагреве круглой пластины // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2016. № 2. С. 45–53. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.2.04 EDN WBWPZT.

13. *Судакова И.А.* Собственные колебания круглых пластин из ортотропных разносопротивляющихся материалов // Актуальные вопросы и перспективы развития математических и естественных наук : сб. науч. тр. по итогам междунар. науч.-практ. конф. Омск, 2017. № 4.

14. *Агаларов Дж.Г., Мамедова Г.А.* Колебания пластины, шарнирно закрепленной и упруго подвешенной на винклеровом основании // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2018. № 7. С. 48–53. EDN XYQHKX.

15. *Габбасов Р.Ф., Уварова Н.Б.* Численный метод расчета круглых плит в геометрически нелинейной постановке // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 6 (105). С. 631–635. DOI: 10.22227/1997-0935.2017.6.631-635 EDN ZASZFL.

16. *Габбасов Р.Ф., Хоанг Т.А., Уварова Н.Б., Ипатова О.Н.* Расчет круглых плит постоянной жесткости на локальные нагрузки // Промышленное и гражданское строительство. 2015. № 3. С. 25–28. EDN TOBVXB.

17. *Akimov P.A., Mozgaleva M.L., Kaytukov T.B.* Numerical solution of the problem of beam analysis with the use of b-spline finite element method // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2020. Vol. 16. Issue 3. Pp. 12–22. DOI: 10.22337/2587-9618-2020-16-3-12-22

18. *Kövesdi B.* Finite element model-based design of stiffened welded plated structures subjected to combined loading // Periodica Polytechnica Civil Engineering. 2021. DOI: 10.3311/ppci.17229

19. *Nadolski V., Rózsás Á., Sykora M.* Calibrating partial factors — methodology, input data and case study of steel structures // Periodica Polytechnica Civil Engineering. 2019. DOI: 10.3311/PPci.12822

20. *Семенов А.А., Габитов А.И.* Проектно-вычислительный комплекс SCAD в учебном процессе. М. : Изд-во АСВ, 2005. 152 с.

Поступила в редакцию 15 марта 2023 г.
Принята в доработанном виде 17 мая 2023 г.
Одобрена для публикации 7 июля 2023 г.

Об авторах: **Андрей Викторович Турков** — доктор технических наук, доцент, профессор кафедры строительных конструкций и материалов; **Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева (ОГУ им. И.С. Тургенева)**; 302026, г. Орел, ул. Комсомольская, д. 95; РИНЦ ID: 543490, Scopus: 57193456012; aturkov@bk.ru;

Сергей Иванович Полешко — студент; **Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева (ОГУ им. И.С. Тургенева)**; 302026, г. Орел, ул. Комсомольская, д. 95; sergey_poleshko@mail.ru.

Вклад авторов:

Турков А.В. — идея оценки взаимосвязи максимальных прогибов и частот собственных колебаний круглых пластин переменной по закону квадратной параболы пластины, сбор материала, написание статьи, научное редактирование, подготовка статьи к печати.

Полешко С.И. — сбор материалов, обработка материала, проведение численных исследований, написание статьи, оформление рисунков и таблиц.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. Aleksandrov A.V., Potapov V.D. *Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity.* Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1990; 398. (rus.).

2. Varvak P.M., Ryabov A.F. *Handbook on the theory of elasticity.* Kyiv, Budivelnik Publ., 1971; 419. (rus.).

3. Timoshenko S.P., Voinovsky-Krieger S. *Plates and shells*. Moscow, Nauka Publ., 1966; 636. (rus.).

4. Korobko V.I. On one "remarkable" regularity in the theory of elastic plates. *Izvestiya vuzov. Construction and Architecture*. 1989; 11:32-36. (rus.).

5. Korobko V.I., Boyarkina O.V. The relationship between the problems of transverse bending and free vibrations of triangular plates. *Bulletin of SUSU. Series "Construction Engineering and Architecture"*. 2007; 22(94):24-26. EDN KWYAWV. (rus.).

6. Korobko V.I. *Application of the isoperimetric method to solving problems of the technical theory of plates*. Khabarovsk, 1978; 66. (rus.).

7. Turkov A.V., Zhupikova K.A. Relationship between maximum deflections and natural frequencies of isotropic annular plates with hinged support along the external contour. *Actual problems of construction, construction industry and architecture : collection of materials of the XX International Scientific and Technical Conference*. 2019; 299-302. URL: http://dmitriy.chiginskiy.ru/publications/files/Materialy_XX_MNTK-2019_Tula.pdf (rus.).

8. Turkov A.V., Marfin K.V., Bazhenova A.V. The deflections and natural frequencies of the composite layered square isotropic plates with hinged supports along the contour at different stiffness values of shear ties. *Building and Reconstruction*. 2019; 4:64-69. DOI: 10.33979/2073-7416-2019-84-4-64-69 (rus.).

9. Turkov A., Abashina N.S. Deflections and frequencies of natural oscillations of systems of composite two-layer isotropic plates of the round shape at the change of thickness of one of the layers. *Istrazivanja i projektovanja za privredu*. 2017; 15(3):389-394. DOI: 10.5937/jaes15-14669

10. Pisačić K., Horvat M., Botak Z. Finite difference solution of plate bending using Wolfram Mathematica. *Tehnički glasnik*. 2019; 13(3):241-247. DOI: 10.31803/tg-20190328111708

11. Sadigov I.R. Study of stability of multilayer round plates of variable thickness from nonlinear elastic material. *International Research Journal*. 2019; 7-1(85):33-37. DOI: 10.23670/IRJ.2019.85.7.006 EDN QPJLNM. (rus.).

12. Goldstein R.V., Popov A.L., Kozintsev V.M., Chelyubeev D.A. Non-axisymmetric loss of stability during axisymmetric heating of a round plate. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2016; 2:45-53. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.2.04 EDN WBWPZT. (rus.).

13. Sudakova I.A. Natural vibrations of round plates made of orthotropic materials with different resistance. *Topical issues and prospects for the development of mathematical and natural sciences : a collection of scientific papers based on the results of an international scientific and practical conference*. Omsk, 2017; 4. (rus.).

14. Agalarov Dzh.G., Mamedova G.A. Oscillations of the plate pivotally fastened and elastic suspended on Vinklerov base. *International Journal of Applied and Basic Research*. 2018; 7:48-53. EDN XYQHKX. (rus.).

15. Gabbasov R.F., Uvarova V.N. Numerical Method of Calculation of Round Plates in a Geometrically Nonlinear Statement. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2017; 12(6):631-635. DOI: 10.22227/1997-0935.2017.6.631-635 EDN ZASZFL. (rus.).

16. Gabbasov R.F., Hoang Tuan Anh, Uvarova N.B., Lipatova O.N. Calculation of circular plates with constant stiffness for local loads. *Industrial and Civil Engineering*. 2015; 3:25-28. EDN TOBVXB. (rus.).

17. Akimov P.A., Mozgaleva M.L., Kaytukov T.B. Numerical solution of the problem of beam analysis with the use of b-spline finite element method. *International Journal for Computational Civil and Structural*

Engineering. 2020; 16(3):12-22. DOI: 10.22337/2587-9618-2020-16-3-12-22

18. Kövesdi B. Finite element model-based design of stiffened welded plated structures subjected to combined loading. *Periodica Polytechnica Civil Engineering.* 2021. DOI: 10.3311/ppci.17229

19. Nadolski V., Rózsás Á., Sykora M. Calibrating partial factors — methodology, input data and case study of steel structures. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*. 2019. DOI: 10.3311/PPci.12822

20. Semenov A.A., Gabitov A.I. *Design and computer complex SCAD in the educational process*. Moscow, ASV Publishing House, 2005; 152. (rus.).

Received March 15, 2023.
Adopted in revised form on May 17, 2023.
Approved for publication on July 7, 2023.

Bionotes: **Andrey V. Turkov** — Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Building Structures and Materials; **Orel State University named after I.S. Turgenev (OSU named after I.S. Turgenev)**; 95 Komsomolskaya st., Orel, 302026, Russian Federation; ID RSCI: 543490, Scopus: 57193456012; aturkov@bk.ru;

Sergey I. Poleshko — student; **Orel State University named after I.S. Turgenev (OSU named after I.S. Turgenev)**; 95 Komsomolskaya st., Orel, 302026, Russian Federation; sergey_poleshko@mail.ru.

Contribution of the authors:

Andrey V. Turkov — the idea of assessing the relationship between the maximum deflections and natural oscillation frequencies of round plates of a variable according to the law of the square parabola of the plate, collecting material, writing an article, scientific editing, preparing an article for publication.
Sergey I. Poleshko — collecting materials, processing materials, conducting numerical studies, writing an article, making drawings and tables.
The authors declare no conflict of interest.