

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ И КОНСТРУИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА. ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ, ПОДЗЕМНЫЕ СООРУЖЕНИЯ

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER

УДК 624.04

DOI: 10.22227/1997-0935.2024.1.54-66

## Оценка влияния ротационных компонент сейсмического воздействия на напряженно-деформированное состояние простых систем

Олег Вартанович Мкртычев, Андрей Александрович Решетов,  
Екатерина Михайловна Лохова

*Национальный исследовательский Московский государственный строительный  
университет (НИУ МГСУ); г. Москва, Россия*

### АННОТАЦИЯ

**Введение.** В настоящее время при расчете конструкций на сейсмические воздействия, как правило, учитываются только поступательные компоненты сейсмического воздействия. Однако анализ возникающих дефектов в зданиях и сооружениях, подвергающихся сейсмическому воздействию, указывает на пространственную природу работы конструкций, что свидетельствует о необходимости учета также вращательных компонент сейсмического воздействия при проектировании в сейсмических регионах для всех зданий и сооружений. Цель исследования — оценка влияния вращательных компонент на напряженно-деформированное состояние (НДС) простых систем. В рамках данного исследования вращательные компоненты акселерограмм получены как от действия только одной поступательной компоненты, так и от действия двух поступательных компонент сейсмического воздействия для интегральной модели сейсмического движения; уравнение движения получено с их учетом. Дифференциальные уравнения движения для исследуемых систем решены в плоской и пространственной постановках.

**Материалы и методы.** Задача в плоской постановке решена с использованием метода центральных разностей в программном комплексе (ПК) LS-DYNA и метода Рунге – Кутты четвертого порядка в ПК MATLAB, с учетом одной поступательной компоненты, а также с учетом одной поступательной и одной вращательной компонент. Задача в пространственной постановке решена в программном обеспечении LS-DYNA с учетом только трех пространственных компонент, а также с учетом трех поступательных и трех вращательных компонент.

**Результаты.** Получены максимальные и минимальные значения перемещений и значения напряжений фон Мизеса, возникающих как от действия только поступательных компонент, так и от комбинированного действия поступательных и вращательных компонент.

**Выводы.** На основе результатов исследования проведен сравнительный анализ, в ходе которого сделано заключение, что влияние вращательных компонент сейсмического воздействия на НДС исследуемых систем незначительно, однако увеличение вклада вращательных компонент в НДС системы пропорционально ее высоте.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** сейсмостойкость, акселерограмма, ротационные компоненты, метод центральных разностей, метод Рунге – Кутты, LS-DYNA, MATLAB, вращательные компоненты

**Благодарности.** Работа финансировалась Министерством науки и высшего образования РФ, проект № FSWG-2023-0004 «Система территориальной сейсмической защиты критически важных объектов инфраструктуры на основе гранулированных метаматериалов, обладающих свойствами широкодиапазонных фоновых кристаллов».

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** Мкртычев О.В., Решетов А.А., Лохова Е.М. Оценка влияния ротационных компонент сейсмического воздействия на напряженно-деформированное состояние простых систем // Вестник МГСУ. 2024. Т. 19. Вып. 1. С. 54–66. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.1.54-66

**Автор, ответственный за переписку:** Екатерина Михайловна Лохова, elm97@mail.ru.

## Estimated effect of rotational components of seismic impact on the strength-strain state of simple systems

Oleg V. Mkrtychev, Andrey A. Reshetov, Ekaterina M. Lokhova

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU);  
Moscow, Russian Federation

### ABSTRACT

**Introduction.** At the present time, when calculating structures for seismic effects, usually only the translational components of seismic effects are taken into account. However, the analysis of emerging defects in buildings and structures subjected to seismic action indicates the spatial nature of structural behavior, which indicates the necessity to take into account also the rotational components of seismic action in the design of all buildings and structures in seismic regions. The objective of this study is to assess the influence of rotational components on the stress-strain state of simple systems. In the scope of this study, the rotational components of accelerograms are obtained from both the action of only one translational component and from the action of two translational components of seismic action for an integral seismic motion model; and the equation of motion has been derived considering them.

**Materials and methods.** The differential equations of motion for the investigated systems were solved in both planar and spatial settings. The problem in the plane formulation was solved using the central differences method in LS-DYNA software and the fourth-order Runge – Kutta method in the MATLAB software, considering one translational component and also considering one translational and one rotational component. The problem in the spatial setting was solved in the LS-DYNA software, considering only three spatial components and also considering three translational and three rotational components.

**Results.** During the study, maximum and minimum displacement values and von Mises stress values were obtained, resulting from the action of only translational components and from the combined action of translational and rotational components.

**Conclusions.** Based on the results of the study, a comparative analysis was conducted, leading to the conclusion that the influence of rotational components of seismic action on the stress-strain state of the investigated systems is insignificant. However, the increase in the contribution of rotational components to the stress-strain state of the system is proportional to its height.

**KEYWORDS:** seismic resistance, accelerogram, rotational components, central difference method, Runge-Kutta method, LS-DYNA, MATLAB, rotational components

**Acknowledgments.** This research was supported by Ministry Science and Higher Education of the Russian Federation (project No. FSWG-2023-0004, “A system of territorial seismic protection of critical infrastructure facilities based on granular metamaterials with the properties of wide-range phonon crystals”).

**FOR CITATION:** Mkrtychev O.V., Reshetov A.A., Lokhova E.M. Estimated effect of rotational components of seismic impact on the strength-strain state of simple systems. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2024; 19(1):54-66. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.1.54-66 (rus.).

*Corresponding author:* Ekaterina M. Lokhova, elm97@mail.ru.

### ВВЕДЕНИЕ

Более 25 % площади Российской Федерации относится к сейсмически активным зонам, существенная доля которой — это территории с повышенной активностью, достигающей 8–10 баллов. Столь сильное воздействие приводит к значительным повреждениям сооружений и зачастую влечет за собой потери среди населения. Снижение негативных последствий от землетрясений возможно благодаря сейсмостойкому строительству, одной из задач которого является определение и исследование процессов взаимодействия зданий с их основанием. Анализ возникающих дефектов в сооружениях и конструкциях, подвергнувшихся сейсмическому воздействию, указывает на пространственный характер поведения конструкций — развитие систем трещин в вертикальных угловых несущих железобетонных элементах, разрушение протяженных в плане строений. Кроме того, разрушения от кручения в плоскости основания наблюдались как для симметричных, так и для несимметричных в плане зданий. В работах [1–11] вы-

деляют две основные группы явлений, указывающих на пространственную работу сооружений:

1) возникающие вследствие несовпадения центра масс и центра жесткости строительных конструкций, неоднородности распределения масс и т.д.;

2) явление пространственной работы грунтового основания, которая объясняется непосредственно волновым характером сейсмических воздействий.

Вышеизложенные эффекты служат причиной пространственной работы конструкций, таким образом, помимо трех поступательных компонент, необходимо детальное рассмотрение воздействия, оказываемого на здания и сооружения от дополнительных трех ротационных компонент. В своих работах Ю.П. Назаров [1, 11] обозначил две ключевые модели сейсмического движения:

1. Интегральная — определяет характеристики движения массива грунта шестью компонентами, три из которых поступательные и три ротационные. В данной модели рассматривается некоторый фрагмент основания, принимаются осредненные параметры для этого фрагмента, используются теоремы Стокса [3].

2. Дифференцированная — устанавливает перемещения каждой точки изучаемого грунтового основания и представляет сейсмическое воздействие в виде векторного поля перемещений.

Цель исследования — получение ротационной компоненты акселерограмм по интегральной модели от действия одной поступательной компоненты и действия двух поступательных компонент, а также оценка влияния ротационных компонент на напряженно-деформированное состояние (НДС) простой системы.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Отклик системы с конечным числом степеней свободы может быть описан дифференциальным уравнением в матричной форме:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{p\}, \quad (1)$$

где  $[M]$  — матрица масс;  $\{\ddot{u}\}$  — вектор узловых ускорений;  $[C]$  — матрица демпфирования;  $\{\dot{u}\}$  — вектор узловых скоростей;  $[K]$  — матрица жесткости;  $\{u\}$  — вектор узловых перемещений;  $\{p\}$  — вектор приложенных нагрузок.

Учет нелинейности в постановке задачи приводит к тому, что элементы матрицы жесткости начинают зависеть от вектора перемещений. Таким образом, задача включает решение нелинейных алгебраических уравнений на каждом шаге интегрирования по времени [12–17]. Явные методы решения дифференциальных уравнений являются наиболее эффективными, поскольку их отличие заключается во введении скоростей и ускорений в расчет как неизвестных и их прямом вычислении, а не через численное дифференцирование перемещений. Программный комплекс (ПК) LS-DYNA реализует метод центральных разностей с явными схемами интегрирования, который состоит в конечно-разностной аппроксимации скорости и ускорения во времени. Основное уравнение метода центральных разностей может быть представлено в следующей форме:

$$M \cdot \ddot{u}_t + C \dot{u}_t + K u_t = f_t^a; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} v_{t+\Delta t/2} &= v_{t-\Delta t/2} + a_t \Delta t; \\ u_{t+\Delta t} &= u_t + v_{t+\Delta t/2} \frac{\Delta t_t + \Delta t_{t+\Delta t}}{2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Также можно получить решение дифференциального уравнения движения с помощью метода Рунге – Кутта, реализованного в программном обеспечении MATLAB. В методе Рунге – Кутта уравнение четвертого порядка для вычислений с постоянным шагом интегрирования сводится к двум дифференциальным уравнениям первого порядка [18–20] и записывается в виде:

$$\ddot{u}(t) = \frac{1}{m} [P(t) - ku(t) - c\dot{u}(t)] = F(u, \dot{u}, t). \quad (4)$$

Уравнение (4) может быть записано в виде двух уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} \dot{u}(t) &= y(t); \\ \dot{y}(t) &= F(u, y, t), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} u(t_{i+1}) &= u(t_i) + \left( \frac{du}{dt} \right)_{avg} \Delta t; \\ y(t_{i+1}) &= y(t_i) + \left( \frac{dy}{dt} \right)_{avg} \Delta t, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\left( \frac{dy}{dt} \right)_{avg} = \frac{1}{6} \left[ \left( \frac{dy}{dt} \right)_{t_i} + 4 \left( \frac{dy}{dt} \right)_{t_i+h/2} + \left( \frac{dy}{dt} \right)_{t_i+h} \right]. \quad (7)$$

Следующее рекурсивное уравнение используется для нахождения значения  $u(t)$  в разные моменты времени  $t_i$  в соответствии с методом Рунге – Кутта четвертого порядка:

$$\begin{aligned} u_{i+1} &= u_i + \frac{\Delta t}{6} (Y_1 + 2Y_2 + 2Y_3 + Y_4); \\ \dot{u}_{i+1} &= y_{i+1} = y_i + \frac{\Delta t}{6} (F_1 + 2F_2 + 2F_3 + F_4), \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} T_1 &= t_i; & U_1 &= u_i; \\ T_2 &= t_i + h/2; & U_2 &= u_i + Y_1 h/2; \\ T_3 &= t_i + h/2; & U_3 &= u_i + Y_2 h/2; \\ T_4 &= t_i + h; & U_4 &= u_i + Y_3 h; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= y_i; & F_1 &= F(T_1, U_1, Y_1); \\ Y_2 &= y_i + F_1 h/2; & F_2 &= F(T_2, U_2, Y_2); \\ Y_3 &= y_i + F_2 h/2; & F_3 &= F(T_3, U_3, Y_3); \\ Y_4 &= y_i + F_3 h; & F_4 &= F(T_4, U_4, Y_4). \end{aligned}$$

Значение относительного ускорения в определенный момент времени может быть вычислено с помощью следующего уравнения:

$$\ddot{u}_{i+1} = \frac{1}{m} (P_{i+1} - ku_{i+1} - c\dot{u}_{i+1}). \quad (10)$$

В интегральной модели сейсмического движения векторное поле линейных перемещений от сейсмического воздействия описывается обобщенной волновой моделью, которая заключается в том, что движение вдоль  $O_{xk}$  основано на совместной работе  $P$ -,  $SH$ - и  $SV$ -волн (рис. 1) [21–24].

Поступательное перемещение  $X_k$  равно:

$$X_k = u_k + v_k + w_k. \quad (11)$$

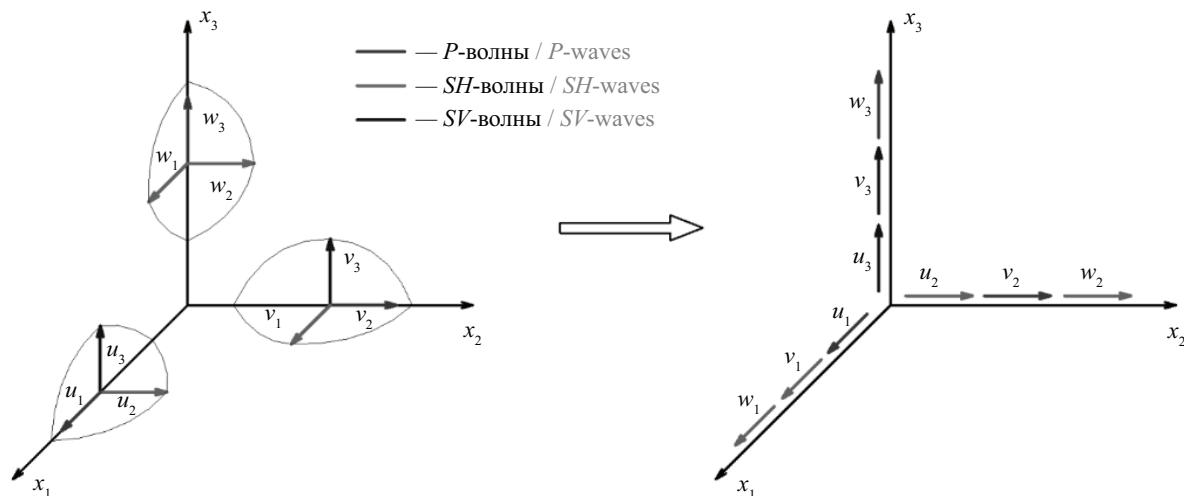


Рис. 1. Обобщенная волновая модель

Fig. 1. Generalized wave model

$X_k$  связан с компонентами  $u_k$ ,  $v_k$  и  $w_k$  следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} u_1 &= c_{11}X_1; u_2 = c_{12}X_2; u_3 = c_{13}X_3; \\ v_1 &= c_{21}X_1; v_2 = c_{22}X_2; v_3 = c_{23}X_3; \\ w_1 &= c_{31}X_1; w_2 = c_{32}X_2; w_3 = c_{33}X_3, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $c_{ij}$  — весовые коэффициенты из матрицы  $C = [c_{ij}]$ ,  $(i, j = 1, 2, 3)$ .

Поступательные и вращательные движения во временной области связаны соотношениями:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{2} \left[ \bar{A}_{31}^{(2)} u_3 - \bar{A}_{21}^{(3)} u_2 + \left( \bar{A}_{32}^{(2)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{32}^{(r)} \right) v_3 + \right. \\ &\quad \left. + \bar{A}_{22}^{(3)} v_2 + \bar{A}_{33}^{(2)} w_3 - \left( \bar{A}_{23}^{(3)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{32}^{(r)} \right) w_2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{c_2} \left( \frac{dw_2}{dt} - \frac{dv_3}{dt} \right) \right]; \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2} \left[ \bar{A}_{11}^{(3)} u_1 - \left( \bar{A}_{31}^{(1)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{31}^{(r)} \right) u_3 + \bar{A}_{12}^{(3)} v_1 - \right. \\ &\quad \left. - \bar{A}_{32}^{(1)} v_3 + \left( \bar{A}_{13}^{(3)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{13}^{(r)} \right) w_1 - \bar{A}_{33}^{(1)} w_3 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{c_2} \left( \frac{du_3}{dt} - \frac{dw_1}{dt} \right) \right]; \\ \alpha_3 &= \frac{1}{2} \left[ \left( \bar{A}_{21}^{(1)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{21}^{(r)} \right) u_2 - \bar{A}_{11}^{(2)} v_1 + \bar{A}_{22}^{(1)} v_2 - \right. \\ &\quad \left. - \left( \bar{A}_{12}^{(2)} + \frac{1}{c_2} \bar{A}_{12}^{(r)} \right) v_1 + \bar{A}_{23}^{(1)} w_2 - \bar{A}_{13}^{(2)} w_3 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{c_2} \left( \frac{dv_1}{dt} - \frac{du_2}{dt} \right) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \bar{A}_{ij}^{(1)} &= \frac{1}{A_{ij}} \frac{\partial A_{ij}}{\partial x_1}; \quad \bar{A}_{ij}^{(2)} = \frac{1}{A_{ij}} \frac{\partial A_{ij}}{\partial x_2}; \\ \bar{A}_{ij}^{(3)} &= \frac{1}{A_{ij}} \frac{\partial A_{ij}}{\partial x_3}; \quad \bar{A}_{ij}^{(r)} = \frac{1}{A_{ij}} \frac{\partial A_{ij}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (14)$$

В данной работе используется интегральная модель сейсмического воздействия, т.е. параметры перемещений, скоростей и ускорения грунта для всех шести степеней свободы усредняются и устанавливаются в одной точке. Элементы матриц волновых процессов из выражения (13) равны нулю, поскольку  $P$ -,  $SH$ - и  $SV$ -волны имеют плоский фронт и неизменны по глубине [14];  $A_{ij} = \text{const}$ . Тогда угловое ускорение можно получить следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_y &= \frac{1}{2c} \left( \frac{d\ddot{w}_x}{dt} - \frac{d\ddot{v}_z}{dt} \right); \quad \varepsilon_x = \frac{1}{2c} \left( \frac{d\ddot{u}_z}{dt} - \frac{d\ddot{w}_y}{dt} \right); \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{2c} \left( \frac{d\ddot{v}_y}{dt} - \frac{d\ddot{u}_x}{dt} \right), \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} u_y &= c_{11}Y; u_x = c_{12}X; u_z = c_{13}Z; \\ v_y &= c_{21}Y; v_x = c_{22}X; v_z = c_{23}Z; \\ w_y &= c_{31}Y; w_x = c_{32}X; w_z = c_{33}Z, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $X, Y, Z$  — значения поступательных перемещений вдоль соответствующих осей  $x, y, z$ ;  $c_{ij}$  — весовые коэффициенты волновой матрицы (17):

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

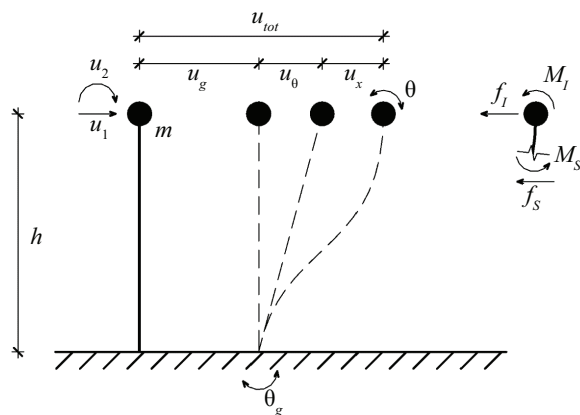


Рис. 2. Расчетная схема одномассовой системы под действием ротационных и поступательных ускорений

Fig. 2. Design scheme of a single-mass system under the action of rotational and translational accelerations

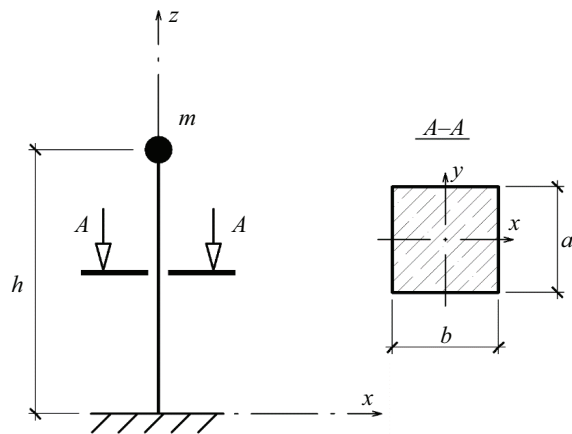


Рис. 3. Расчетная схема одномассовой системы

Fig. 3. Design scheme of a single-mass system

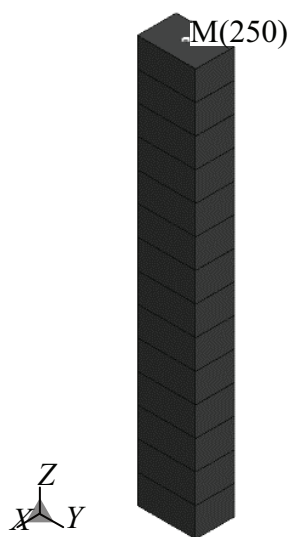


Рис. 4. Общий вид расчетной модели системы в ПК LS-DYNA

Fig. 4. General view of the calculation model of the system in the LS-DYNA PC

Таким образом, принимая во внимание предположение, что вращение происходит только за счет поступательных ускорений вдоль оси  $x$ , и подставляя формулу (16) в (15), получаем выражение для нахождения вращательной составляющей  $\varepsilon_y$ :

$$\varepsilon_y = \frac{1}{2c} \left( \frac{d\ddot{w}_x}{dt} \right). \quad (18)$$

Также:

$$\varepsilon_x = -\frac{1}{2c} \left( \frac{d\ddot{w}_y}{dt} \right). \quad (19)$$

Для расчета горизонтальных перемещений системы с двумя степенями свободы (рис. 2) от действия вращательных и поступательных компонент в плоской постановке целесообразно рассмотреть ту же систему от действия только вращательной компоненты и составить уравнение движения.

В данном случае полное перемещение  $u'$  массы  $m$  включает в себя две составляющие:  $u$ , возникающее от деформации конструкции и  $h\theta_g$ , где  $h$  — расстояние от основания до массы. В каждый момент времени перемещение описывается уравнением:

$$u'(t) = u(t) + h\theta_g(t). \quad (20)$$

Запишем уравнение движения, учитывающее ротации и поступательные перемещения:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m(\ddot{u}_g + h\ddot{\theta}_g). \quad (21)$$

Принимая во внимание две степени свободы схемы (рис. 2), где одна — поступательная, а другая — ротационная, получаем уравнение движения, из которого можно получить полное перемещение:

$$\begin{aligned} f_I + f_S = 0 &\Leftrightarrow m\ddot{u}_x + \frac{12EI}{h^3}u_x + \\ &+ \frac{6EI}{h^2}\theta = -m(\ddot{u}_g + h\ddot{\theta}_g); \\ M_I + M_S = 0 &\Leftrightarrow I_{cm}\ddot{\theta} + \frac{6EI}{h^2}u_x + \\ &+ \frac{4EI}{h}\theta = -I_o\ddot{\theta}_g. \end{aligned} \quad (22)$$

Уравнение движения для системы с одной степенью свободы для нахождения отклика одновременно от ротационных и поступательных движений системы можно получить, поделив обе части уравнения (21) на  $m$ :

$$\ddot{u}_x + 2\xi\omega_n\dot{u}_x + \omega_n^2 u_x = -(\ddot{u}_g + h\ddot{\theta}_g), \quad (23)$$

где

$$\ddot{u}_g = a_x; \quad \ddot{\theta}_g = \varepsilon_y; \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T}; \quad \xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}.$$

Пусть стержень, показанный на рис. 3, обладает следующими характеристиками: сосредоточенной массой  $m = 250 \cdot 10^3$  кг; высотой стержня  $h = 4,2$  м;  $a = 0,4$  м;  $b = 0,6$  м; коэффициентом затух-



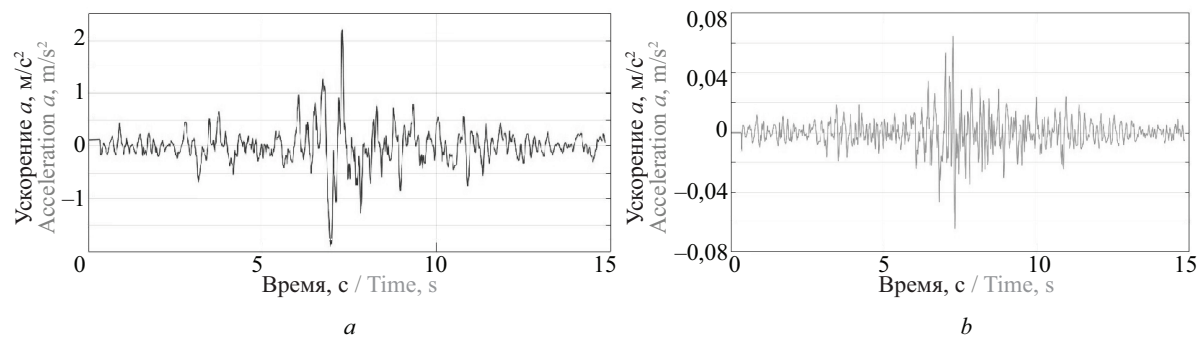


Рис. 5. Акселерограмма: *a* — поступательного движения вдоль оси *X*; *b* — ротационного движения относительно оси *Y* от действия  $a_x$

Fig. 5. Accelerogram: *a* — of translational motion along the *X*-axis; *b* — of rotational motion relative to the *Y*-axis from the action of  $a_x$

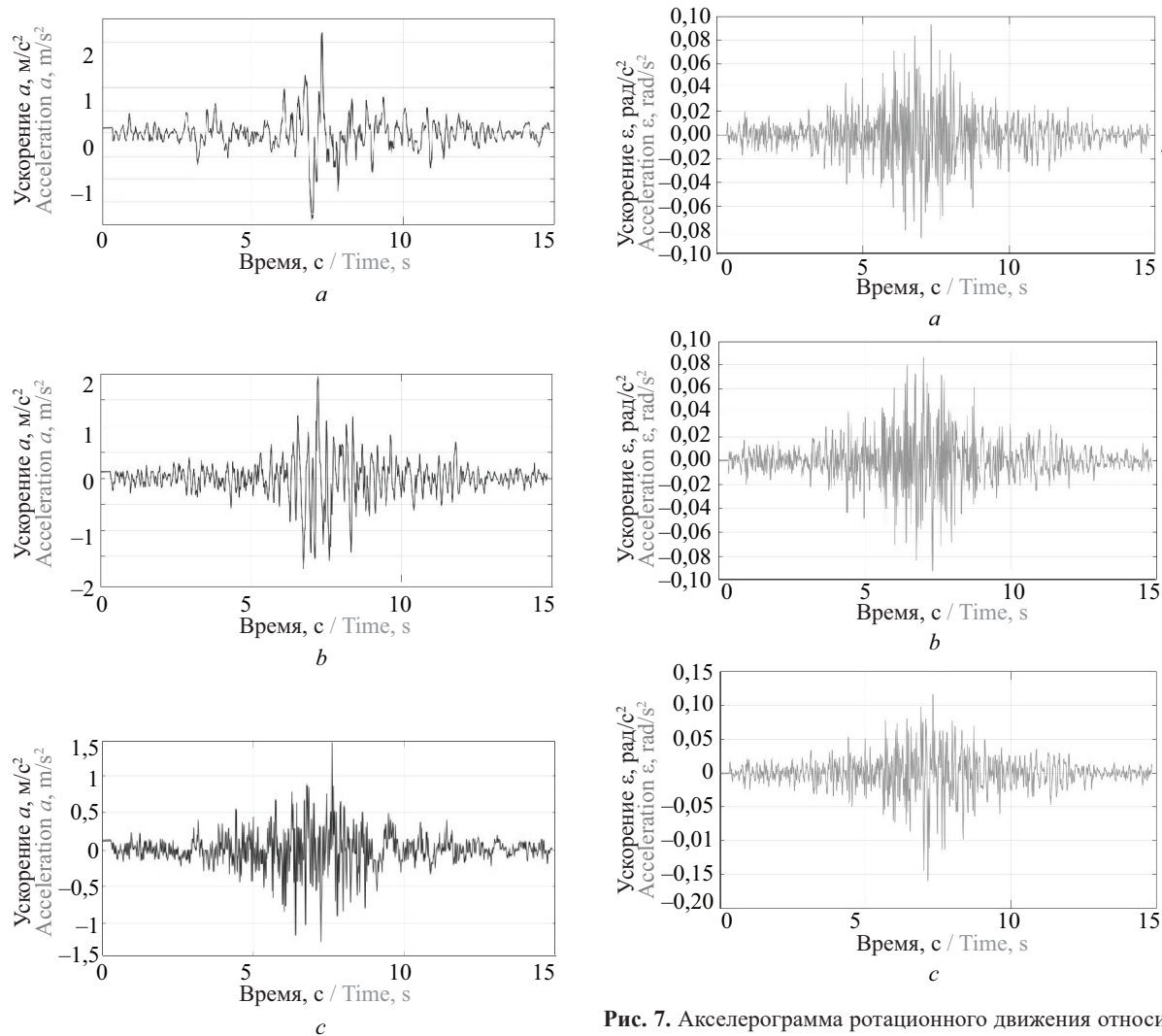


Рис. 6. Акселерограмма поступательного движения вдоль оси: *a* — *X*; *b* — *Y*; *c* — *Z*

Fig. 6. Accelerogram of translational motion along the: *a* — *X*-axis; *b* — *Y*-axis; *c* — *Z*-axis

Рис. 7. Акселерограмма ротационного движения относительно оси: *a* — *X* от действия  $a_y, a_z$ ; *b* — *Y* от действия  $a_x, a_z$ ; *c* — *Z* от действия  $a_y, a_x$

Fig. 7. Accelerogram of rotational motion relative to the: *a* — *X*-axis from the action  $a_y, a_z$ ; *b* — *Y*-axis from the action of  $a_x, a_z$ ; *c* — *Z*-axis from the action  $a_y, a_x$

хания  $\nu = 0,05$  от критического и модулем упругости  $E = 3 \cdot 10^{10}$  Па.

Рассмотрим воздействие поступательного ускорения вдоль оси  $X$  основания данного стержня и сравним с одновременным воздействием поступательно-го и ротационного ускорения.

Решим данную задачу в двух ПК: методом Рунге – Кутты четвертого порядка в ПК MATLAB и методом центральных разностей в ПК LS-DYNA.

На рис. 4 представлена расчетная стержневая модель одномассовой системы, где для моделирования стержня использовались конечные элементы (КЭ) типа BEAM, заданный тип материала — Elastic.

Моделирование ускорения основания производилось при помощи функции, задающей вынужденное ускорение узла, BOUNDARY\_PRESCRIBED\_MOTION\_NODE. Демпфирование задавалось функцией DAMPING\_FREQUENCY\_RANGE\_DEFORM, которая моделирует демпфирование пропорционально скорости деформации.

В качестве ускорений использованы поступательная акселерограмма (рис. 5,  $a$ ) и полученная по интегральной модели от действия одной поступательной компоненты акселерограмма ротационного воздействия (рис. 5,  $b$ ).

Решим задачу с теми же исходными данными, но для сравнения рассмотрим воздействие от трех поступательных компонент сейсмического воздействия с шестью, где три поступательные и три ротационные соответственно. В качестве акселерограмм поступательных компонент в данной задаче выступают диаграммы, отраженные на рис. 6, а акселерограмм ротационной компоненты на рис. 7.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Результаты исследования для плоской постановки задачи приведены на рис. 8 и в табл. 1–3.

Результаты исследования для пространственной постановки задачи приведены на рис. 9, 10 и в табл. 4.

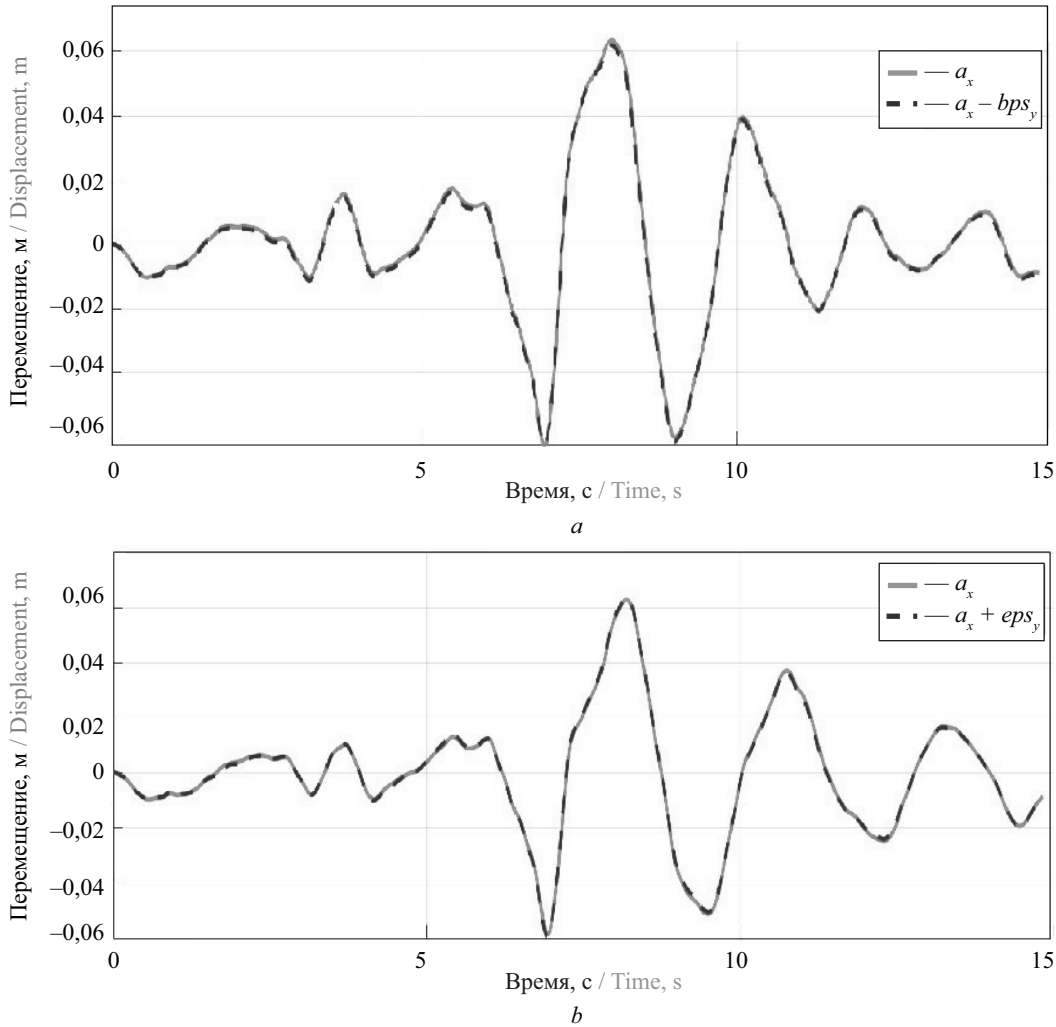
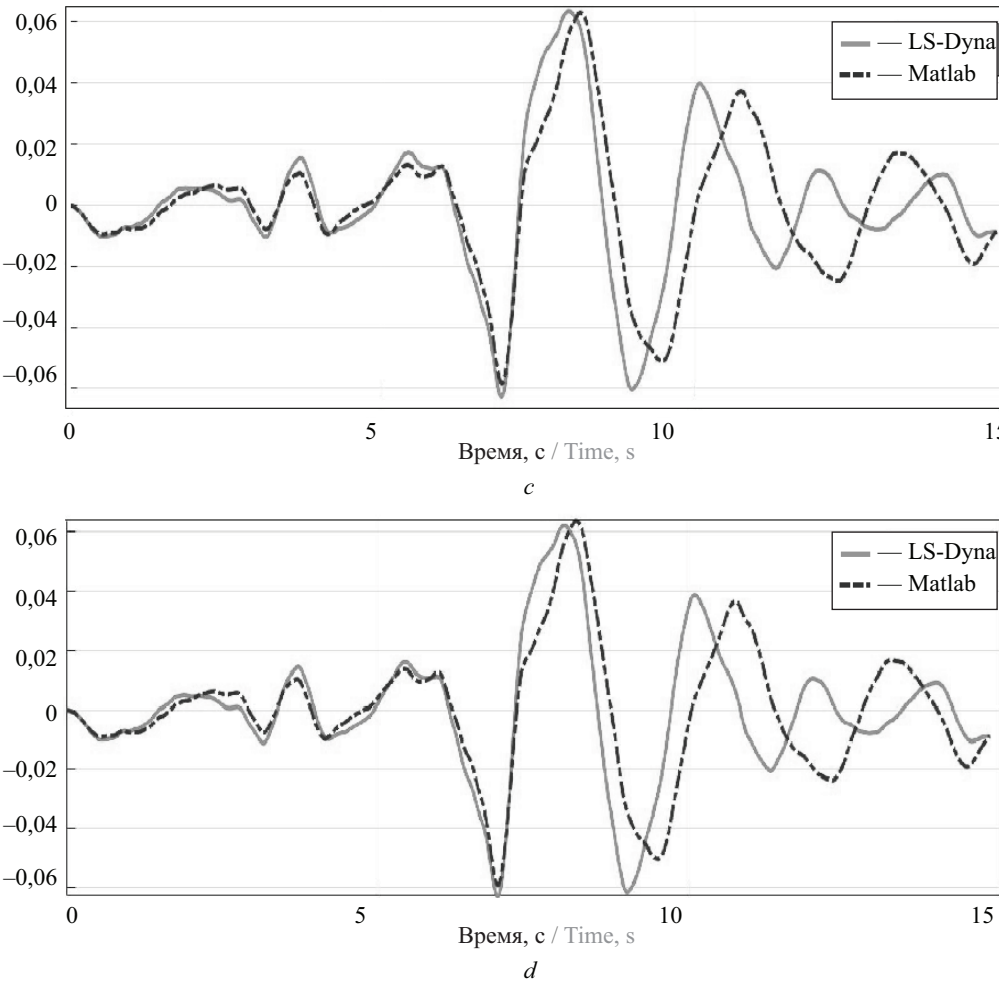


Рис. 8. Графическое сопоставление значений перемещений вдоль оси  $X$  верхней точки одномассовой системы:  $a$  — из LS-DYNA;  $b$  — из MATLAB;  $c, d$  — от  $a_x$  и из LS-DYNA и MATLAB

Fig. 8. Graphical comparison of the values of displacements along the  $X$ -axis of the upper point of a single-mass system:  $a$  — from LS-DYNA;  $b$  — from MATLAB;  $c, d$  — from  $a_x$  and from LS-DYNA and MATLAB



**Рис. 8.** Графическое сопоставление значений перемещений вдоль оси  $X$  верхней точки одномассовой системы:  $a$  — из LS-DYNA;  $b$  — из MATLAB;  $c, d$  — от  $a_x$  из LS-DYNA и MATLAB (окончание)

**Fig. 8.** Graphical comparison of the values of displacements along the  $X$ -axis of the upper point of a single-mass system:  $a$  — from LS-DYNA;  $b$  — from MATLAB;  $c, d$  — from  $a_x$  and from LS-DYNA and MATLAB (ending)

**Табл. 1.** Максимальные и минимальные значения перемещений  $u_x$  от действия поступательной компоненты  $a_x$

**Table 1.** Maximum and minimum values of  $u_x$  displacements from the action of the translational component  $a_x$

ПК / PC	$u_x^{\max}$ , м / m	$u_x^{\min}$ , м / m
MATLAB	$6,30 \cdot 10^{-2}$	$-5,84 \cdot 10^{-2}$
LS-DYNA	$6,34 \cdot 10^{-2}$	$-6,27 \cdot 10^{-2}$
Разница, % Difference, %	0,63	6,86

**Табл. 2.** Максимальные и минимальные значения перемещений  $u_x$  от совместного действия  $a_x$  и  $\varepsilon_y$

**Table 2.** Maximum and minimum values of  $u_x$  displacements from the joint action of  $a_x$  and  $\varepsilon_y$

ПК / PC	$u_x^{\max}$ , м / m	$u_x^{\min}$ , м / m
MATLAB	$6,37 \cdot 10^{-2}$	$-5,91 \cdot 10^{-2}$
LS-DYNA	$6,20 \cdot 10^{-2}$	$-6,27 \cdot 10^{-2}$
Разница, % Difference, %	2,74	5,74

**Табл. 3.** Сравнение максимальных и минимальных значений перемещений от учета  $\varepsilon_y$

**Table 3.** Comparison of the maximum and minimum values of displacements from accounting for  $\varepsilon_y$

ПК / PC	Значения перемещений Displacement values	От $a_x$ From $a_x$	От $a_x + \varepsilon_y$ From $a_x + \varepsilon_y$	Разница, % Difference, %
MATLAB	$u_x^{\max}$ , м / m	$6,30 \cdot 10^{-2}$	$6,37 \cdot 10^{-2}$	1,10
	$u_x^{\min}$ , м / m	$-5,84 \cdot 10^{-2}$	$-5,91 \cdot 10^{-2}$	1,18
LS-DYNA	$u_x^{\max}$ , м / m	$6,34 \cdot 10^{-2}$	$6,20 \cdot 10^{-2}$	2,26
	$u_x^{\min}$ , м / m	$-6,27 \cdot 10^{-2}$	$-6,27 \cdot 10^{-2}$	0,00



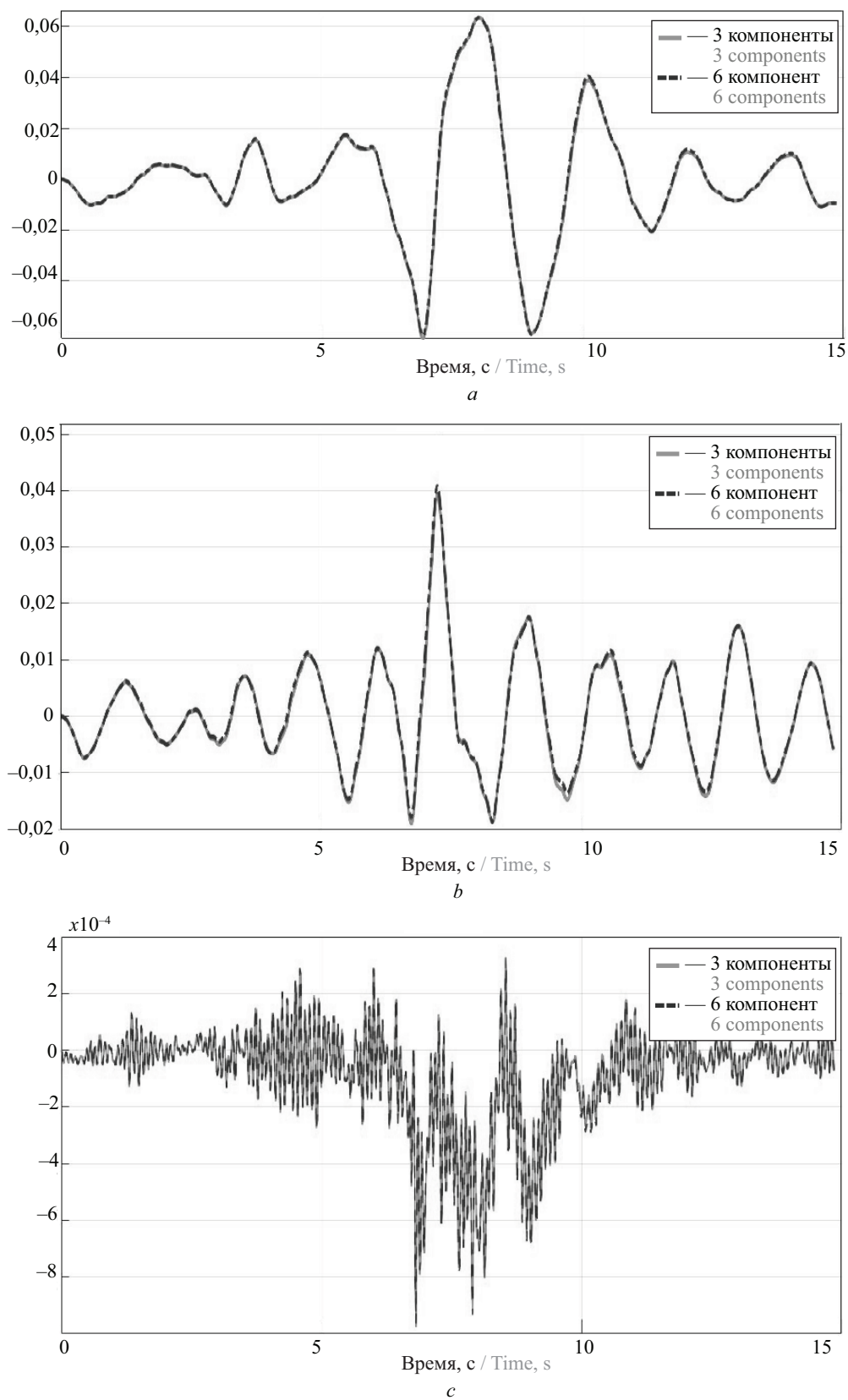


Рис. 9. Графическое сопоставление значений перемещений вдоль оси: *a* — *X* верхней точки одномассовой системы из LS-DYNA; *b* — *Y* верхней точки одномассовой системы из LS-DYNA; *c* — *Z* верхней точки одномассовой системы из LS-DYNA

Fig. 9. Graphical comparison of the values of displacements along the: *a* — *X*-axis of the upper point of a single-mass system from LS-DYNA; *b* — *Y*-axis of the upper point of a single-mass system from LS-DYNA; *c* — *Z*-axis of the upper point of a single-mass system from LS-DYNA

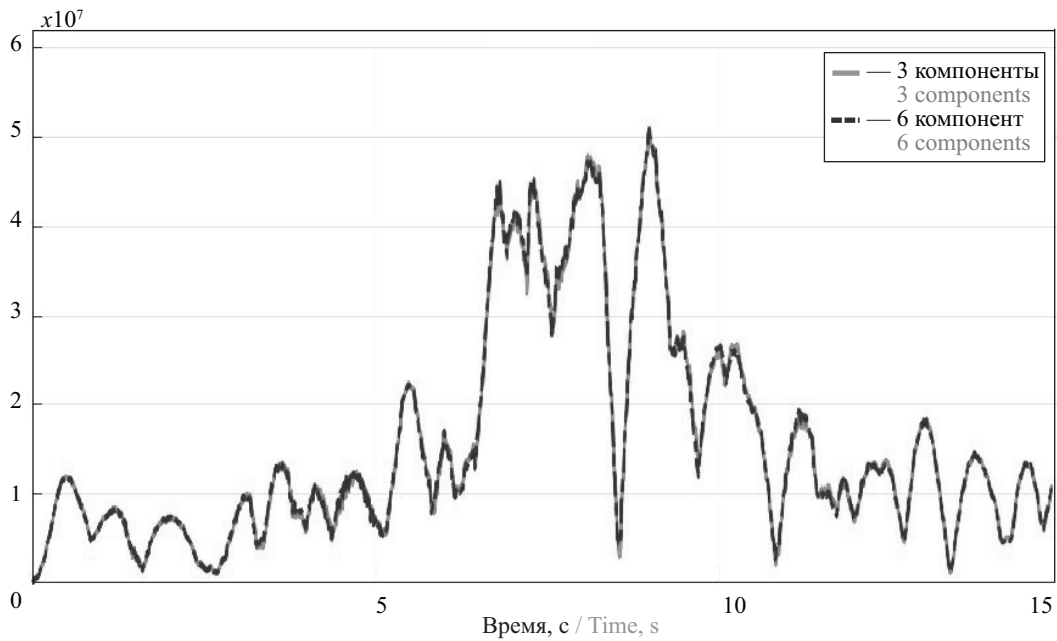


Рис. 10. Графическое сопоставление напряжений по Мизесу нижнего КЭ одномассовой системы из LS-DYNA  
Fig. 10. Graphical comparison of the stresses according to the Mises of the lower KE of a single-mass system from LS-DYNA

Табл. 4. Сравнение результатов от трех- и шестикомпонентного сейсмического воздействия  
Table 4. Comparison of results from three- and six-component seismic impact

Значения перемещений Displacement values	3 компоненты 3 components	6 компонент 6 components	Разница, % Difference, %
$u_x^{max}, \text{ м / m}$	$6,34 \cdot 10^{-2}$	$6,34 \cdot 10^{-2}$	0,00
$u_x^{min}, \text{ м / m}$	$-6,27 \cdot 10^{-2}$	$-6,15 \cdot 10^{-2}$	1,95
$u_y^{max}, \text{ м / m}$	$3,94 \cdot 10^{-2}$	$4,07 \cdot 10^{-2}$	3,19
$u_y^{min}, \text{ м / m}$	$1,89 \cdot 10^{-2}$	$1,86 \cdot 10^{-2}$	1,59
$u_z^{max}, \text{ м / m}$	$3,29 \cdot 10^{-4}$	$3,24 \cdot 10^{-4}$	1,52
$u_z^{min}, \text{ м / m}$	$-9,76 \cdot 10^{-4}$	$-9,64 \cdot 10^{-4}$	1,24
$\sigma_M^{max}, \text{ Па / Pa}$	$5,07 \cdot 10^7$	$5,08 \cdot 10^7$	0,19

Задача с одномассовой системой в плоской постановке была решена в двух ПК: методом центральных разностей в LS-DYNA и методом Рунге – Кутта четвертого порядка в MATLAB. Решение задачи в пространственной постановке произведено в ПК LS-DYNA. Как видно по графикам на рис. 8, с, d и табл. 1, 2, полученные значения перемещений в двух комплексах имеют незначительные отличия, что говорит о правильной постановке задачи. На основании графиков на рис. 8–10, данных табл. 3, 4 можно заключить, что воздействие ротационной компоненты сейсмического воздействия на НДС одномассовой системы незначительно и имеет порядок сотых долей разницы. Однако, исходя из уравнения (22), можно сделать вывод, что рост вклада ротационной компоненты в НДС системы пропорционален ее высоте.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ**

В данной работе были получены ротационные компоненты акселерограмм по интегральной модели как от действия одной поступательной компоненты, так и от действия двух поступательных компонент. Задача с одномассовой системой решена в плоской постановке в ПК LS-DYNA и MATLAB в двух постановках:

- с учетом воздействия одной поступательной компоненты;
- с учетом воздействия одной поступательной и одной ротационной компоненты.

Задача с одномассовой системой также решена в пространственной постановке в ПК LS-DYNA в двух постановках:

- с учетом трех поступательных компонент;
- с учетом трех поступательных и трех ротационных компонент.

Для рассмотренной в исследовании системы учет ротационных компонент сейсмического воздействия приводит к уменьшению горизонтальных перемещений до 1,95 %, увеличению вертикаль-

ных перемещений до 3,19 % и к росту напряжений на 0,19 %. Таким образом, можно сделать вывод, что учет ротационных компонент не вносит ощутимого вклада в НДС рассмотренной системы.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Назаров Ю.П. Разработка методов расчета сооружений как пространственных систем на сейсмическое воздействие : дис. ... д-ра техн. наук. М., 1999. 452 с.
2. Бондарев Д.Е. Метод расчета сейсмоизолированных зданий на ротационные воздействия, вызванные землетрясением : дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2019. 202 с.
3. Позняк Е.В. Развитие методов волновой теории сейсмостойкости строительных конструкций : дис. ... д-ра техн. наук. М., 2018. 281 с.
4. Cacciola P. A stochastic approach for generating spectrum compatible fully nonstationary earthquakes // Computers & Structures. 2010. Vol. 88. Issue 15–16. Pp. 889–901. DOI: 10.1016/j.compstruc.2010.04.009
5. Ghaffarzadeh H. Generation of spatially varying ground motion based on response spectrum using artificial neural networks // International Journal of Science and Engineering Investigations. 2015. Vol. 4. Issue 38. Pp. 233–242.
6. Rezaeian S., Der Kiureghian A. Simulation of synthetic ground motions for specified earthquake and site characteristics // Earthquake Engineering & Structural Dynamics. 2010. Vol. 39. Issue 10. Pp. 1155–1180. DOI: 10.1002/eqe.997
7. Wolf J.P. Dynamic Soil-Structure Interaction. N. J. : Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985. 481 p.
8. Chopra A.K. Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering. Prentice Hall, 1995. 761 p.
9. Abbasiverki R., Malm R., Ansell A., Nordstrom E. Nonlinear behaviour of concrete buttress dams under high-frequency excitations taking into account topographical amplifications // Shock and Vibration. 2021. Vol. 2021. Pp. 1–22. DOI: 10.1155/2021/4944682
10. Løkke A., Chopra A. Direct-finite-element method for nonlinear earthquake analysis of concrete dams including dam–water–foundation rock interaction // PEER Reports. 2019. DOI: 10.55461/crjy2161
11. Назаров Ю.П., Позняк Е.В. Оценка ротационных компонент сейсмического движения грунта // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2015. № 6. С. 32–36. EDN VTLCRJ.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М. : Наука, 1967. 460 с.
13. Мкртычев О.В., Райзер В.Д. Теория надежности в проектировании строительных конструкций : монография. М. : Изд-во АСВ, 2016. 906 с. EDN ZCWWKL.
14. Мкртычев О.В., Решетов А.А. Сейсмические нагрузки при расчете зданий и сооружений : монография. М. : Изд-во АСВ, 2017. 140 с. EDN ZCWWMR.
15. Reshetov A.A., Lokhova E.M. Assessment of the influence of the rotational components of seismic action on the SSS of a multistorey reinforced concrete building // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2022. Vol. 18. Issue 1. Pp. 82–91. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-1-82-91
16. De la Llera J.C., Chopra A.K. Accidental torsion in buildings due to base rotational excitation // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 1994. Vol. 23. Issue 9. Pp. 1003–1021. DOI: 10.1002/eqe.4290230906
17. Newmark N.M. A method of computation for structural dynamics // Journal of the Engineering Mechanics Division. 1959. Vol. 85. Issue 3. Pp. 67–94. DOI: 10.1061/jmcea3.0000098
18. Clough R.W., Penzien J. Dynamics of structures. 2nd ed. New York : McGraw-Hill, 1993. 320 p.
19. Basu D., Whittaker A.S., Constantinou M.C. Estimating rotational components of ground motion using data recorded at a single station // Journal of Engineering Mechanics. 2012. Vol. 138. Issue 9. Pp. 1141–1156. DOI: 10.1061/(asce)em.1943-7889.0000408
20. Luco J.E. Torsional response of structures to obliquely incident seismic sh waves // Earthquake Engineering and Structural Dynamics. 1976. Vol. 4. Issue 3. Pp. 207–219. DOI: 10.1002/eqe.4290040302
21. González C.A. R., Caparrós-Mancera J.J., Hernández-Torres J.A., Rodríguez-Pérez Á.M. Nonlinear analysis of rotational springs to model semi-rigid frames // Entropy. 2022. Vol. 24. Issue 7. P. 953. DOI: 10.3390/e24070953
22. Valente M., Milani G. Alternative retrofitting strategies to prevent the failure of an under-designed reinforced concrete frame // Engineering Failure Analysis. 2018. Vol. 89. Pp. 271–285. DOI: 10.1016/j.eng-failanal.2018.02.001
23. Bolisetti C., Coleman J. Light water reactor sustainability program advanced seismic soil structure modeling. Idaho National Laboratory, Idaho Falls, Idaho, 2015.
24. Bielak J. Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions, Part I: Theory // Bulletin of the Seismological Society of America. 2003. Vol. 93. Issue 2. Pp. 817–824. DOI: 10.1785/0120010251

Поступила в редакцию 28 августа 2023 г.

Принята в доработанном виде 6 сентября 2023 г.

Одобрена для публикации 14 ноября 2023 г.

**ОБ АВТОРАХ:** **Олег Вартанович Мкртычев** — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой сопротивления материалов, директор НИЦ «Надежность и сейсмостойкость сооружений»; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; РИНЦ ID: 386561, Scopus: 56449249100, ResearcherID: Q-2370-2017, ORCID: 0000-0002-2828-3693; mkrtychev@yandex.ru;

**Андрей Александрович Решетов** — кандидат технических наук, научный сотрудник НИЦ «Надежность и сейсмостойкость сооружений»; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; Scopus: 57197187290, ORCID: 0000-0002-8267-2665; elm97@mail.ru;

**Екатерина Михайловна Лохова** — аспирант, инженер НИЦ «Надежность и сейсмостойкость сооружений»; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; SPIN-код: 3530-6216, ORCID: 0000-0001-8988-4516; elm97@mail.ru.

*Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.*

*Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.*

## REFERENCES

1. Nazarov Yu.P. *Development of methods for calculating structures as spatial systems for seismic impact : dis. ... doct. technical sciences*. Moscow, 1999; 452. (rus.).
2. Bondarev D.E. *Method of calculating seismically insulated buildings for rotational impacts caused by an earthquake : dis. ... candidate of technical sciences*. St. Petersburg, 2019; 202. (rus.).
3. Poznyak E.V. *Development of methods of the wave theory of seismic resistance of building structures : dis. ... doct. technical sciences*. Moscow, 2018; 281. (rus.).
4. Cacciola P. A stochastic approach for generating spectrum compatible fully nonstationary earthquakes. *Computers & Structures*. 2010; 88(15-16):889-901. DOI: 10.1016/j.compstruc.2010.04.009
5. Ghaffarzadeh H. Generation of spatially varying ground motion based on response spectrum using artificial neural networks. *International Journal of Science and Engineering Investigations*. 2015; 4(38):233-242.
6. Rezaeian S., Der Kiureghian A. Simulation of synthetic ground motions for specified earthquake and site characteristics. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 2010; 39(10):1155-1180. DOI: 10.1002/eqe.997
7. Wolf J.P. *Dynamic Soil-Structure Interaction*. N. J., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985; 481.
8. Chopra A.K. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice Hall, 1995; 761.
9. Abbasiverki R., Malm R., Ansell A., Nordstrom E. Nonlinear behaviour of concrete buttress dams under high-frequency excitations taking into account topographical amplifications. *Shock and Vibration*. 2021; 2021:1-22. DOI: 10.1155/2021/4944682
10. Løkke A., Chopra A. Direct-finite-element method for nonlinear earthquake analysis of concrete dams including dam–water–foundation rock interaction. *PEER Reports*. 2019. DOI: 10.55461/crjy2161
11. Nazarov Yu.P., Poznyak E.V. Estimate of rotational components of seismic ground motion. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2015; 6:32-36. EDN VTLCRJ. (rus.).
12. Landau L.D., Lifshits E.M. *Field theory*. Moscow, Nauka Publ., 1967; 460. (rus.).
13. Mkrtychev O.V., Raiser V.D. *Theory of reliability in the design of building structures*. Moscow, ASV Publishing House, 2016; 906. EDN ZCWYKL. (rus.).
14. Mkrtychev O.V., Reshetov A.A. *Seismic loads in the calculation of buildings and structures : monograph*. Moscow, ASV Publishing House, 2017; 140. EDN ZCWVMR. (rus.).
15. Reshetov A.A., Lokhova E.M. Assessment of the influence of the rotational components of seismic action on the SSS of a multistorey reinforced concrete building. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022; 18(1):82-91. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-1-82-91
16. De la Llera J.C., Chopra A.K. Accidental torsion in buildings due to base rotational excitation. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1994; 23(9):1003-1021. DOI: 10.1002/eqe.4290230906
17. Newmark N.M. A method of computation for structural dynamics. *Journal of the Engineering Mechanics Division*. 1959; 85(3):67-94. DOI: 10.1061/jmce3.0000098
18. Clough R.W., Penzien J. *Dynamics of structures*. 2nd ed. New York, McGraw-Hill, 1993; 320.

19. Basu D., Whittaker A.S., Constantinou M.C. Estimating rotational components of ground motion using data recorded at a single station. *Journal of Engineering Mechanics*. 2012; 138(9):1141-1156. DOI: 10.1061/(asce)em.1943-7889.0000408
20. Luco J.E. Torsional response of structures to obliquely incident seismic sh waves. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1976; 4(3):207-219. DOI: 10.1002/eqe.4290040302
21. González C.A. R., Caparrós-Mancera J.J., Hernández-Torres J.A., Rodríguez-Pérez Á.M. Non-linear analysis of rotational springs to model semi-rigid frames. *Entropy*. 2022; 24(7):953. DOI: 10.3390/e24070953
22. Valente M., Milani G. Alternative retrofitting strategies to prevent the failure of an under-designed reinforced concrete frame. *Engineering Failure Analysis*. 2018; 89:271-285. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2018.02.001
23. Bolisetti C., Coleman J. *Light Water Reactor Sustainability Program Advanced Seismic Soil Structure Modeling*. Idaho National Laboratory, Idaho Falls, Idaho, 2015.
24. Bielak J. Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions, part i: theory. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2003; 93(2):817-824. DOI: 10.1785/0120010251

Received August 28, 2023.

Adopted in revised form on September 6, 2023.

Approved for publication on November 14, 2023.

**B I O N O T E S :** **Oleg V. Mkrtychev** — Doctor of Technical Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Strength of Materials, Director of the Research Center “Reliability and Seismic Resistance of Structures”; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ID RSCI: 386561, Scopus: 56449249100, ResearcherID: Q-2370-2017, ORCID: 0000-0002-2828-3693; mkrtychev@yandex.ru;

**Andrey A. Reshetov** — Candidate of Technical Sciences, Researcher of the Research Center “Reliability and Seismic Resistance of Structures”; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; Scopus: 57197187290, ORCID: 0000-0002-8267-2665; elm97@mail.ru;

**Ekaterina M. Likhova** — postgraduate student, engineer of the Research Center “Reliability and Seismic Resistance of Structures”; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; SPIN-code: 3530-6216, ORCID: 0000-0001-8988-4516; elm97@mail.ru.

*Contribution of the authors: all authors have made an equivalent contribution to the publication.*

*The authors declare no conflicts of interest.*