

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ И КОНСТРУИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА. ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ, ПОДЗЕМНЫЕ СООРУЖЕНИЯ

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER

УДК 534.833.522.4

DOI: 10.22227/1997-0935.2024.3.358-366

## Постановка задач прохождения звука через границы трехмерных сред и через пластины

Аркадий Васильевич Захаров

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет  
(НИУ МГСУ); г. Москва, Россия

### АННОТАЦИЯ

**Введение.** Современные физические модели расчета распространения плоских продольных волн через границы сред, основанные на условиях неразрывности звукового давления и колебательной скорости, реализуются только при нормальном падении волн. При всех направлениях распространения волн, отличных от нормального, условия неразрывности не соблюдаются, что не позволяет получить правильные формулы коэффициентов отражения и прохождения волн.

**Материалы и методы.** В предложенной постановке задачи физическая модель среды распространения волн состоит из кусков волновых лучей, плотно, без разрывов и взаимных проникновений, занимающих все ее пространство (так, как это наглядно происходит с волнами на поверхности воды). Приводится способ определения объемов этих кусков. Их массы аппроксимируются материальными точками, обладающими эффективными значениями колебательных скоростей волн. Прохождение плоской гармонической волны через плоскую границу сред описывается уравнениями сохранения кинетической энергии и сохранения количества движения. Решение этих уравнений дает правильные формулы коэффициентов отражения и преломления волн по колебательной скорости при любых углах их распространения.

**Результаты.** Предложенная постановка задачи распространения волн через границу сплошных полубесконечных сред пригодна для решения задач распространения звука через слои и, в частности, через пластины. Задача распространения звука через пластину, разделяющую воздушную среду, является фундаментальной в разделах архитектурной и технической акустики, поскольку на ее основе строятся прикладные теории звукоизоляции стен и перекрытий, ограждающих помещения зданий и транспортных средств.

**Выводы.** Уравнения сохранения до граничной частоты волнового совпадения будут включать эффективное значение колебательной скорости в падающей волне, угол распространения волны, значения массы дискретного тела, представляемого поверхностной плотностью пластины, приведенных масс кусков среды и неизвестные коэффициенты отражения и прохождения колебательной скорости. На частотах выше граничной масса дискретного тела меняется на приведенную массу пластины. Решение системы уравнений сохранения дает правильные формулы коэффициентов прохождения и отражения звука и правильные формулы звукоизоляции в соответствии с изменениями физических моделей распространения волн в разных частотных диапазонах.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** условия неразрывности, ширина звукового луча, приведенная масса, уравнения законов сохранения механики, волновое число, физические модели в частотных диапазонах

*Благодарности.* Автор выражает благодарность рецензентам.

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** Захаров А.В. Постановка задач прохождения звука через границы трехмерных сред и через пластины // Вестник МГСУ. 2024. Т. 19. Вып. 3. С. 358–366. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.3.358-366

*Автор, ответственный за переписку:* Аркадий Васильевич Захаров, zakharov.arkady@yandex.ru.

## The formulation of sound transmission problems through the boundaries of three-dimensional media and through plates

Arkady V. Zakharov

Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU);  
Moscow, Russian Federation

### ABSTRACT

**Introduction.** Modern physical models for calculating the propagation of plane longitudinal waves through media boundaries, based on the conditions of continuity of sound pressure and vibrational velocity, are implemented only with normal wave incidence. In all directions of wave propagation other than normal, the continuity conditions are not observed, which does not allow to obtain the correct formulas for the coefficients of reflection and transmission of waves.

**Materials and methods.** In the proposed formulation of the problem, the physical model of the wave propagation medium consists of pieces of wave rays, tightly, without breaks and mutual penetrations, occupying its entire space (as it clearly happens with waves on the surface of water). A method for determining the volumes of these pieces is given. Their masses are approximated by material points having effective values of vibrational wave velocities. The passage of a plane harmonic wave through a plane boundary of media is described by the equations of conservation of kinetic energy and conservation of the amount of motion. The solution of these equations gives the correct formulas for the coefficients of reflection and refraction of waves in terms of vibrational velocity at any angles of their propagation.

**Results.** The proposed formulation of the problem of wave propagation through the boundary of continuous semi-infinite media is suitable for solving the problems of sound propagation through layers and, in particular, through plates. The problem of sound propagation through a plate separating the air medium is fundamental in the sections of architectural and technical acoustics, since applied theories of sound insulation of walls and ceilings of buildings and vehicles enclosing premises are based on it.

**Conclusions.** The conservation equations, up to the boundary frequency of the wave coincidence, will include the effective value of the vibrational velocity in the incident wave, the angle of wave propagation, the values of the mass of a discrete body represented by the surface density of the plate, the reduced masses of the pieces of the medium and unknown coefficients of reflection and passage of the vibrational velocity. At frequencies above the boundary, the mass of the discrete body changes to the reduced mass of the plate. The solution of the system of conservation equations gives the correct formulas for the coefficients of sound transmission and reflection and the correct formulas for sound insulation, in accordance with changes in the physical models of wave propagation in different frequency ranges.

**KEYWORDS:** continuity conditions, sound beam width, reduced mass, equations of conservation laws of mechanics, wave number, physical models in frequency ranges

**Acknowledgements.** The author expresses his gratitude to the reviewers.

**FOR CITATION:** Zakharov A.V. The formulation of sound transmission problems through the boundaries of three-dimensional media and through plates. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2024; 19(3):358-366. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.3.358-366 (rus.).

**Corresponding author:** Arkady V. Zakharov, zakharov.arkady@yandex.ru.

## ВВЕДЕНИЕ

Сегодня в отечественной практике и за рубежом активно развивается большое количество методов расчета изоляции воздушного шума однослойных строительных преград [1–5]. Главной предпосылкой их создания является решение фундаментальной задачи архитектурной акустики о распространении волн через границу сплошных полубесконечных сред.

История решения задачи насчитывает более 400 лет, начиная с 1621 г. с открытия Виллебрордом Снеллем законов отражения и преломления световых волн на границе сред, опубликованных Р. Декартом в 1637 г. В 1678–1690 г. Х. Гюйгенс создал волновую теорию света, в рамках которой предложил принцип построения фронта волны. В 1823 г. О.Ж. Френель предложил формулы амплитуд отраженной и прошедшей (преломленной) волн, которые в дальнейшем были применены в акустике.

В русском издании двухтомника Рэля «Теория звука»<sup>1</sup> 1955 г. редактор перевода С.М. Рытов в примечаниях на 91 странице второго тома поместил редакторское примечание следующего содержания: «...Интересно и поучительно отметить одно замечание Лапласа в переписке с Юнгом. Великий аналитик пишет (1817): “Я твердо уверен в том, что проблема распространения волн, проходящих через различные среды, никогда не была разрешена и что она, быть может, выходит за пределы возможностей современного анализа”» (Young, Works, т. 1, с. 374). Можно полагать, что этим цитированием Лапласа и своим замечанием «пучительно» С.М. Рытов

показал, что в середине XX в. положение с проблемой теории распространения волн по сравнению с началом XIX в. существенно не изменилось. При этом благодаря развитию электроники повысились качество и объем экспериментальных исследований, позволивших получить ответы на многие практические вопросы и создать нормативные методы расчета распространения и изоляции звука.

Теоретические исследования в это время были направлены на обоснование уже известных из эксперимента данных. Продолжались попытки решения проблемы в «пределах анализа», примером которых могут служить работы Л.М. Бреховских<sup>2</sup>, Е. Скучика<sup>3</sup>, М.А. Исаковича<sup>4</sup>. Авторы исходили из условий неразрывности звукового давления и колебательной скорости в точке на плоской границе сред, через которую распространяется плоская продольная гармоническая волна. При нормальном падении звука решение этих уравнений дает формулы Френеля для определения коэффициентов отражения и прохождения по звуковому давлению, хорошо согласующиеся с практикой. Коэффициенты отражения и прохождения по колебательной скорости вычислялись затем дополнительно.

При косом падении звука введение косинусов углов падения и преломления волновых лучей в векторное уравнение неразрывности колебательной скорости не дало формул прохождения и от-

<sup>1</sup> Стретт Дж.В. (Лорд Рэлей). Теория звука. М. : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. Т. 2. 476 с.

<sup>2</sup> Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М. : Наука, 1973. 343 с.

<sup>3</sup> Скучик Е. Основы акустики. М. : Мир, 1976. Т. 1. 520 с.

<sup>4</sup> Исакович М.А. Общая акустика. М. : Наука, 1973. С. 131–132.

ражения, согласующихся с практикой. В процессе исследований предлагались новые физические модели, комбинации известных физических величин и введение различных новых величин, например, таких как «относительное волновое сопротивление», «медленность звука», «акустический импеданс на границах сред» и т.п.

Далее путем математических преобразований были получены формулы, совпадающие с формулами, известными из эксперимента. По признанию Л.М. Бреховских, автора одного из указанных исследований: «... я в первую очередь стремился сделать ясной для читателя физическую картину рассматриваемых явлений. Что же касается математической строгости, то возможно, что она не всюду оказалась достигнутой в достаточной степени». Принимая во внимание сказанное автором, а также разнообразие физических моделей, применяемых другими авторами для достижения одной цели, можно заключить, что подходящая физическая модель еще не найдена и, по-видимому, необходима иная постановка задачи, дающая возможность учесть не принимаемые ранее в расчет существенные особенности процесса распространения волн.

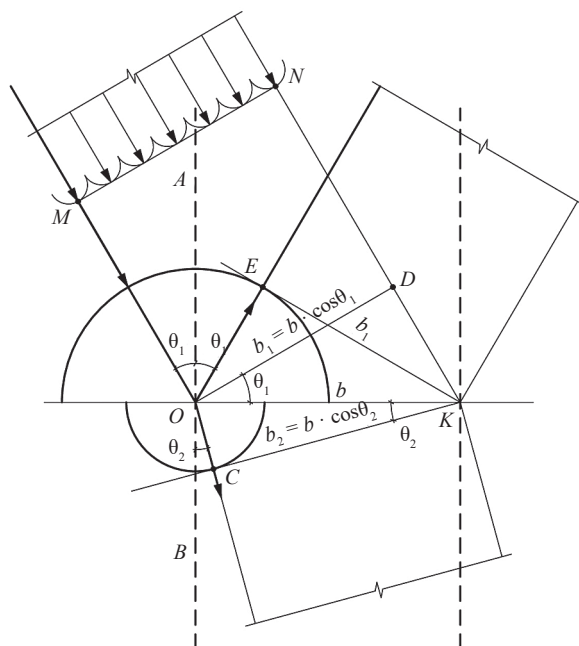
Эти особенности можно увидеть на рис. 1, на котором представлены схемы вариантов косо и нормального распространения плоской продольной волны через отрезок  $OK$  линии границы раздела сред. На схеме отрезок  $MN$  означает фрагмент линии фронта косо падающей волны, построенной по принципу Гюйгенса. Он же показывает ширину пучка лучей падающей волны. Отрезки линий  $OD$ ,  $EK$  и  $KC$  представляют фрагменты линий фронтов, соответственно, падающей, отраженной и преломленной волн. Все остальные наклонные сплошные линии схемы ограничивают ширину пучков косо падающей  $b_1$ , отраженной  $b_1$  и преломленной волн  $b_2$ . Две вертикальные пунктирные линии  $O$  и  $K$  ограничивают единую ширину  $b$  пучков нормально падающей, отраженной и прошедшей волн. На схеме также указаны векторы распространения:  $M$  — падающей,  $E$  — отраженной и  $C$  — преломленной волн.

Из рассмотрения схемы на рис. 1 можно отметить важные особенности:

1) при нормальном распространении волны через границу сред ширина (произвольно выбранная) пучка падающей волны совпадает с шириной пучков отраженной и прошедшей волн и своим следом на границе сред;

2) при косом распространении волны через границу сред ширина следов падающей, отраженной и преломленной волн равна и совпадает с шириной следа нормально падающей волны, что и представляет собой обеспечение условий неразрывности при любых углах;

3) ширина пучков лучей падающей, отраженной и преломленной волн пропорциональна коси-



**Рис. 1.** Соотношение ширины волновых лучей, обеспечивающее неразрывность на границе сред

**Fig. 1.** The ratio of the widths of the wave rays, ensuring continuity at the boundary of the media

нусам их углов к нормали границы сред. Этот важный факт единства следа всех лучей обеспечивает условия неразрывности на границе сред и поэтому создание правильных формул коэффициентов отражения и преломления волн.

Поскольку общепринятый в научной литературе термин «луч» имеет узкое назначение определения направления распространения волны (или вектора), необходимо ввести термины «волновой луч» и «ширина волнового луча». Это позволит четко определять условия неразрывности при решении задач о распространении волн. В дальнейшем в этой статье будут применяться эти термины.

**Постановка задачи.** Указанные особенности, которые являются следствием свойства неразрывности, не рассматривались в исходных уравнениях неразрывности, так как физической моделью, принятой к расчету, была только диаграмма векторов колебательных скоростей (Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. С. 9). Поэтому для решения рассматриваемой задачи необходимо выбрать физическую модель передачи движения, в которой должна участвовать не только скорость, но и ее носитель, т.е. масса, величина которой и определяется шириной волнового луча.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В работе «Рассуждение о законах передачи движения», 1724 г., И. Бернулли<sup>5</sup>, используя две сопря-

<sup>5</sup> Бернулли И. Избранные сочинения по механике. М.-Л. : Объедин. науч.-техн. изд., 1937. 297 с.

женные физические величины — массу и скорость, описывающие движение, предложил запись двух фундаментальных законов классической механики: закона сохранения кинетической энергии и закона сохранения количества движения. В современной интерпретации для случая центрального удара двух тел, представленных материальными точками  $m_1$  и  $m_2$ , в случае удара движущегося первого тела по покоящемуся второму уравнение закона сохранения кинетической энергии может иметь следующий вид:

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 (v\beta')^2}{2} + \frac{m_2 (v\alpha')^2}{2}; \quad (1)$$

закона сохранения количества движения:

$$m_1 v = m_1 v\beta' + m_2 v\alpha', \quad (2)$$

где  $v$  — начальная скорость ударяющего тела;  $v\beta'$  — скорость отскока;  $v\alpha'$  — скорость передачи движения.

Совместное решение уравнений законов сохранения дает следующие формулы коэффициентов отскока и передачи:

$$\beta' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}; \alpha' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}. \quad (3)$$

Формулы О. Френеля для коэффициентов отражения и прохождения колебательной скорости волн<sup>4</sup> представлены так:

$$V = \frac{\rho_1 c_1 - \rho_2 c_2}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}; W = \frac{2\rho_1 c_1}{\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2}, \quad (4)$$

где  $\rho$  и  $c$  — плотность среды и скорость распространения звука.

Использование законов сохранения классической механики дает возможность создания физической модели отражения и прохождения продольных воздушных волн. Это позволяет полагать, что существует общность между процессами передачи движения посредством соударения дискретных тел и посредством волнового движения в сплошных средах. В целях подтверждения гипотезы попробуем преобразовать размерность всех членов формулы (4), введя в них общий множитель  $S/f$ , не оказывающий влияния на итог расчетов, получим размерность членов формул (3), кг; где  $S$  — площадь поперечного сечения луча,  $m^2$ ;  $f$  — текущая частота,  $c^{-1}$ . В результате при нормальном падении звука достигается полная аналогия между прохождением звука через границу сред и соударением тел.

С учетом второго закона Снелля (Снелиуса) и принципа Гюйгенса построения фронта волны рассмотрим возможность аналогии при косом падении звука. Снелль показал, что падающий, отраженный, преломленный лучи и нормаль к границе сред в точке пересечения лучей лежат в одной плоскости. Отсюда можно задать толщину всех перечисленных волновых лучей равной единичной толщине слоя разделенных границей сред. Также ширину луча, нормально падающего на границу сред, можно задать равной единице.

Тогда ширина этих лучей будет пропорциональна соответствующим им косинусам. Примем это положение за исходный пункт записи уравнений сохранения.

В этом случае скалярное уравнение, описывающее закон сохранения кинетической энергии при падении волны под углом  $\theta_1$  и преломлении под углом  $\theta_2$  к нормали границы сред, примет вид:

$$\frac{(\rho_1 \lambda_1 \cos \theta_1) \cdot v^2}{2} = \frac{(\rho_1 \lambda_1 \cos \theta_1) \cdot (v\beta)^2}{2} + \frac{(\rho_2 \lambda_2 \cos \theta_2) \cdot (v\alpha)^2}{2}, \text{ кг} \cdot \text{м}^{-1} \text{с}^{-2}. \quad (5)$$

Ширина лучей, обеспечивающая единый след на границе сред, определяется косинусами в числителях каждого члена уравнения.

В знаменателях каждого члена векторного уравнения сохранения количества движения присутствуют косинусы направления колебаний продольных волн в каждом луче:

$$(\rho_1 \lambda_1 \cos \theta_1) \cdot \frac{v}{\cos \theta_1} = (\rho_1 \lambda_1 \cos \theta_1) \times \times \frac{v\beta}{\cos \theta_1} + (\rho_2 \lambda_2 \cos \theta_2) \cdot \frac{v\alpha}{\cos \theta_2}, \text{ кг} \cdot \text{мс}^{-1}. \quad (6)$$

Сокращение косинусов приводит к уравнению:

$$(\rho_1 \lambda_1) \cdot v = (\rho_1 \lambda_1) \cdot (v\beta) + (\rho_2 \lambda_2), \text{ кг} \cdot \text{мс}^{-1}, \quad (7)$$

которое показывает, что количество колебательного движения остается постоянным и равным значению при нормальном падении волны при любых углах распространения плоской гармонической волны. Условия неразрывности задаются косинусами, управляющими шириной волновых лучей, обеспечивающих единый след на границе сред. Полученные совместным решением уравнений (5) и (6) формулы коэффициентов отражения и преломления (прохождения) будут иметь вид:

$$\alpha = \frac{\frac{2\rho_1 \lambda_1}{\cos \theta_1}}{\frac{\rho_1 \lambda_1}{\cos \theta_1} + \frac{\rho_2 \lambda_2}{\cos \theta_2}}; \quad (8)$$

$$\beta = \frac{\frac{\rho_1 \lambda_1}{\cos \theta_1} - \frac{\rho_2 \lambda_2}{\cos \theta_2}}{\frac{\rho_1 \lambda_1}{\cos \theta_1} + \frac{\rho_2 \lambda_2}{\cos \theta_2}}. \quad (9)$$

Путем умножения числителей и знаменателей формул (8) и (9) на частоту  $f$  преобразуем величины  $\rho\lambda$  в  $\rho c$ , в результате формулы примут привычный в акустике вид, представленный в научных работах Е. Скучика и М.А. Исаковича.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В природе и технике встречаются задачи взаимодействия волновых объектов и дискретных тел.



К их числу относится и рассматриваемая задача. Причем пластина, в зависимости от частотного диапазона, может рассматриваться как несжимаемое тело и как волновой объект. Для описания взаимодействия тела с волновым объектом необходимо иметь возможность волновой объект представить сосредоточенной массой, действие которой эквивалентно действию волны. В аналогичных случаях квантовой (волновой) механики используется постоянная Планка, аналогом которой в акустике служит волновое число  $k = 2\pi/\lambda$ , позволяющее на любой частоте массу части среды, заключенной в объеме волнового луча, представить массой эквивалентного действия, которая получила упомянутое выше название «приведенной массы» [6, 7]:

$$\mu = \frac{\rho S}{k} = \frac{\rho S \lambda}{2\pi}, \text{ кг}, \quad (10)$$

где  $S = 1 \times 1$  — площадь поперечного сечения волнового луча,  $\text{м}^2$ .

В результате такой аппроксимации передачу продольной составляющей волнового движения в воздухе фрагменту пластины можно рассматривать как соударение тел, представляемых материальными точками, описываемое уравнениями законов сохранения механики.

В задачах архитектурной акустики двухмерная среда или «слой», состоящий из твердого материала, представляется пластиной, которая в виде стен или перекрытий выполняет функцию звукоизоляции помещений. В пластине возможны преимущественно изгибные волны, скорость распространения которых зависит от частоты. Здесь волновое число выполняет другую функцию: позволяет определить предельную частоту звука  $f_{\text{пр}}$ , ниже которой размер тела (в данном случае — толщина пластины) в направлении распространения волны  $t = 1/k$ , м, в этом объекте можно рассматривать как несжимаемое тело, и выше которой — как часть среды, в которой возможно волновое движение:

$$f_{\text{пр}} = \frac{c}{2\pi t}, \quad (11)$$

где  $c$  — скорость распространения волны,  $\text{мс}^{-1}$ .

С целью унификации расчетов во всех случаях в уравнениях законов сохранения вместо величины  $\rho\lambda$  можно писать  $\mu$ . Тогда в общем случае обладателями скорости в уравнениях сохранения будут массы тел  $m$  и приведенные массы сред  $\mu$ .

В пластинах, разделяющих воздушные среды помещений зданий, под воздействием звука на низких и средних частотах нормируемого в архитектурной акустике диапазона 100–3200 Гц возникают поперечные колебания в виде изгибных волн, на высоких частотах — сдвиговых и на сверхвысоких частотах — продольных волн. Скорости распространения продольных волн в воздухе, сдвиговых и продольных — в пластине приблизительно постоянны, скорость распространения изгибных волн

возрастает с увеличением частоты колебаний. В связи с этим область частот существования изгибных волн подразделяется на два диапазона. В первом частотном диапазоне длины изгибных волн меньше длин волн в воздухе, во втором диапазоне — больше. На граничной частоте между диапазонами длины волн в пластине и воздухе совпадают. На частотах выше граничной частоты всегда найдется угол падения волны в воздухе, след которой на пластине совпадет с длиной изгибной волны. Поэтому второй участок области существования изгибных волн в пластине называют диапазоном «волнового совпадения», а иногда — «пространственно-частотного резонанса». При этом необходимо отметить, что резонансы возникают при совпадении собственных частот колеблющегося тела с частотой вынужденных колебаний. Собственных частот в средах, не имеющих границ, как известно, не бывает. По этой причине в них не бывает и резонансов. Пластины, применяемые в качестве ограждающих помещения стен и перекрытий, всегда ограничены в размерах и поэтому имеют собственные частоты, которые к «пространственно-частотному резонансу» отношения не имеют. Режим распространения волны через пластины, разделяющие среды точно такой же, как и прохождение волны через границу сред, т.е. режим волнового совпадения, является режимом неразрывности.

В первом частотном диапазоне в силу несоответствия длин волн среды и пластины при любых углах падения режим неразрывности не реализуется. Физическая модель рассматривается как несжимаемый по толщине  $t$  слой, обладающий поверхностной плотностью  $\rho_p$ ,  $\text{кгм}^{-2}$ , аппроксимируемый в материальную точку  $m$ , кг.

Обычные стены и перекрытия зданий — это пластины, в которых в нормируемом в строительстве диапазоне частот преобладают изгибные волны. Для первого диапазона существования изгибных волн пластина представляется сосредоточенной массой  $m$ , а воздушная среда — приведенной массой  $\mu$ , с общим названием «материальная точка».

На рис. 2 приведены три схемы распространения волны через пластину, разделяющую воздушную среду. На схеме *a* представлено нормальное прохождение звука, при котором ширина  $b$  падающего, отраженного и прошедшего волновые лучи равна ширине их следа  $OA$  на пластине. На схеме *b* при косом падении волны ширина всех волновых лучей равна  $b$ , но их следы выходят за пределы ширины следа, равной ширине луча нормально падающей волны. Это указывает на приводящее к получению ошибочной формулы изоляции звука нарушение неразрывности на размер  $AB$ , который увеличивается по мере увеличения угла падения волны.

Примем как исходное значение  $\mu$  при нормальном падении звука. Тогда уравнение сохранения кинетической энергии и уравнение сохранения ко-

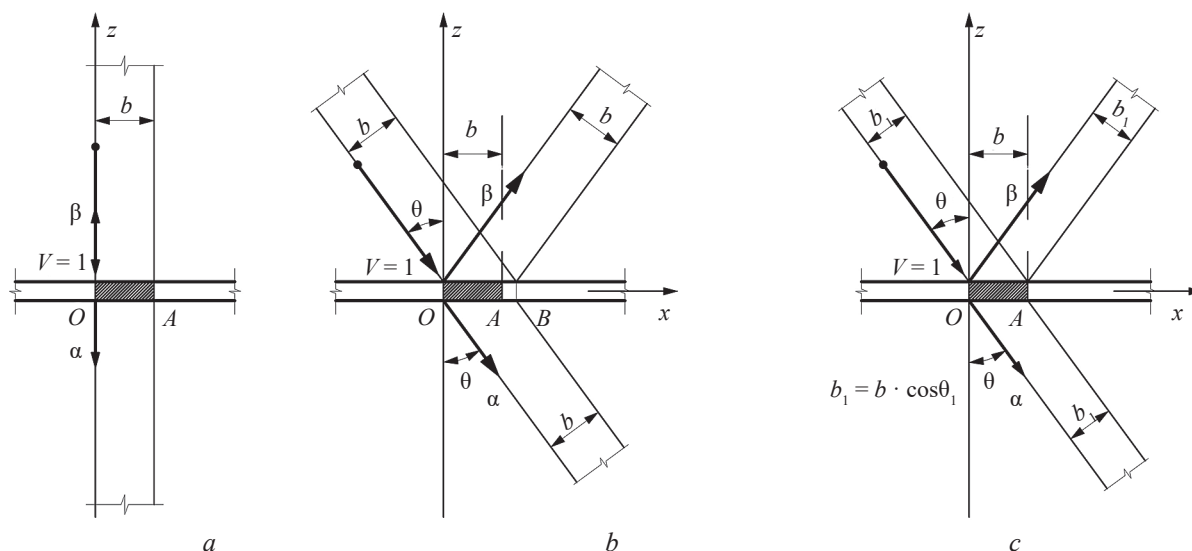


Рис. 2. Распространение звукового луча через пластину, разделяющую среду

Fig. 2. Propagation of a sound beam through a plate separating the medium

личества движения при распространении волны под углом  $\theta$  к нормали границы сред могут быть представлены в следующем виде:

$$\frac{(\mu \cos \theta) \cdot v^2}{2} = \frac{(\mu \cos \theta) \cdot (v\beta)^2}{2} + \frac{(\mu \cos \theta + m) \cdot (v\alpha)^2}{2}, \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}; \quad (12)$$

$$\frac{(\mu \cos \theta) \cdot v}{\cos \theta} = \frac{(\mu \cos \theta) \cdot (v\beta)}{\cos \theta} + \frac{(\mu \cos \theta + m) \cdot (v\alpha)}{\cos \theta}, \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}; \quad (13)$$

$$\mu \cdot v = \mu \cdot (v\beta) + \left( \frac{\mu + m}{\cos \theta} \right) \cdot (v\alpha), \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-1}. \quad (14)$$

В уравнении (12), также как и в уравнении (5), косинусы в числителях задают ширины лучей падающей, отраженной и прошедшей волн, обеспечивая единство их следа (т.е. условия неразрывности) на пластине. В уравнении (12), также как и в уравнении (6), косинусы в числителях сокращаются косинусами в знаменателях, обозначающими направления векторов колебаний падающей, отраженной и прошедшей волн. При этом обнаружился интересный факт: единственный косинус в уравнении (13), переместившийся из числителя в знаменатель, сохранил свою функцию обеспечения неразрывности — он «вытянул» ширину участка пластины до размера следа лучей. Таким образом, условия неразрывности в уравнениях сохранения кинетической энергии и количества движения обеспечены. При этом необходимо отметить, что уравнение (13) правильно передает физическую суть закона сохранения, а уравнение (14) — удобно в применении.

Совместное решение уравнений (12) и (13) дало выражение коэффициента прохождения и фор-

мулу изоляции воздушного шума пластиной следующего вида:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{m}{2\mu \cdot \cos \theta}}; \quad (15)$$

$$R = 10 \lg \frac{1}{\alpha^2} = 20 \lg \left( 1 + \frac{m}{2\mu_a \cos \theta} \right) = 20 \lg \left( 1 + \frac{\pi f m}{\rho_0 c_0 \cos \theta} \right), \text{ дБ}, \quad (16)$$

где  $\mu_a$  — приведенная масса воздуха, кг  $\cdot \text{м}^{-2}$ ;  $\rho_0$  — плотность воздуха, кг  $\cdot \text{м}^{-3}$ ;  $c_0$  — скорость звука в воздухе, м/с.

Непривычный, но ожидаемый некоторыми акустиками (например, И.И. Клюкиным<sup>6</sup>, с. 131) результат: при обеспечении условий неразрывности косинус угла падения в формуле звукоизоляции переместился из числителя в знаменатель. Теперь изоляция звука будет минимальной при нормальном падении звука и возрастать по мере увеличения угла  $\theta$ .

На сегодняшний день в отечественной и зарубежной литературе, посвященной звукоизоляции, например в работах [8–12], косинус угла  $\theta$  стоит в числителе формулы звукоизоляции. Это приводит к тому, что в разных методах расчетная звукоизоляция на углах падения звука, превышающих 75–80 градусов, становится значительно ниже реальной. Такое положение вынуждает придерживаться гипотезы отсутствия звуковых волн на указанных углах падения, что противоречит действительности. Формула (16) такое противоречие снимает.

Формула (16) действует до граничной частоты волнового совпадения, выше которой пластина

<sup>6</sup> Клюкин И.И. Борьба с шумом и вибрацией на судах. Л.: Судостроение, 1971. 416 с.

из «статуса» тела переходит в «статус» среды (волновода), где величина  $m$  меняется на величину  $\mu_{\text{изг}}$  — приведенную массу среды распространения изгибных волн. Формула (16) принимает следующий вид:

$$R = 10 \lg \frac{1}{\alpha^2} = 20 \lg \left( 1 + \frac{\mu_{\text{изг}}}{2\mu_a \cos \theta} \right), \text{ дБ.} \quad (17)$$

Как видно, на частотах выше граничной частоты волнового совпадения значение звукоизоляции понижается на величину  $2\pi$ , т.е. примерно на 16 дБ.

Эта формула применима до предельной частоты существования в рассматриваемой пластине изгибных волн, после которой она перестает быть несжимаемой и поэтому в пределах ее толщины становится возможным распространение сдвиговых и продольных волн [13, 14]. Скорости распространения этих волн не зависят от частоты, что делает изоляцию пластиной независимой от частоты звука. Поэтому в нормативных спектрах наклонная линия графика изоляции воздушного шума переходит в горизонтальное положение. Степень звукоизоляции в рассматриваемом диапазоне определяется двумя переходами продольной волны через границы сред, которыми являются обе поверхности пластины. Коэффициент прохождения продольной волны через пластину равен удвоенному результату, полученному по формуле (6), где величины  $\rho_L$ , в соответствии с выражением (10), можно заменить на величину  $\mu$ , сохранив при этом порядок индексов сред на пути распространения волны.

Формулы (6) и (16) выведены из представлений неограниченности сред в направлениях распространения волн [15–18]. В реальных ситуациях пластина всегда ограничена в размерах, сопрягаясь по контуру с различными конструктивными элементами. Волны, возникшие в пластине от внешнего

воздействия, многократно отражаясь от ее контура, образуют интерференционное поле, максимум колебаний которого приходится на собственные частоты пластины. На этих частотах возникают резонансы, снижающие степень звукоизоляции, определяемой формулами (16) и (17) [19–21].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Представленный в статье материал позволяет сделать следующие выводы:

- показано, что решение задачи прохождения волн через границы сред, не принимая во внимание зависимость ширины волновых лучей от угла их наклона к границе сред, приводит к потере неразрывности и некорректному выводу коэффициентов отражения и преломления;
- предложенные модели прохождения волн через границы сред и через пластины обеспечивают условия неразрывности и возможность применения законов сохранения механики и, следовательно, дают получение правильных формул коэффициентов прохождения и отражения волн при любых углах распространения;
- результаты решения задач по прохождению звука через границы сред и пластины позволяют утверждать возможность существования свойства дискретности сплошных сред.

Принципы, лежащие в основе построения представленных выше физических моделей прохождения звука, могут быть распространены и на решения других задач строительной акустики, таких как, например, вычисление изоляции воздушного шума многослойных ограждений и вычисление изоляции ударного шума междуэтажных перекрытий.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Щелоков Ю.А. Универсальная формула расчета звукоизоляции однослойных преград // *Noise Theory and Practice*. 2016. Т. 2. № 1 (3). С. 2–7. EDN VOQLPH.
2. Zdražilova N., Donova D., Skotnicova I. Analysis of predictive calculation methods of airborne sound insulation // *Applied Mechanics and Materials*. 2016. Vol. 835. Pp. 573–578. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amm.835.573
3. Ye J. Applying immune algorithms to the calculation of sound insulation of walls // *Applied Mechanics and Materials*. 2014. Vol. 584–586. Pp. 1853–1857. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amm.584-586.1853
4. Rodríguez-Molares A. A new method for auralisation of airborne sound insulation // *Applied Acoustics*. 2013. Vol. 74. Issue 1. Pp. 116–121. DOI: 10.1016/j.apacoust.2012.06.017
5. Huang X.F., Yang Z.X., Yang Y. Prediction on sound insulation to a single-leaf wall // *Advanced Materials Research*. 2012. Vol. 594–597. Pp. 2824–2827. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amr.594-597.2824
6. Захаров А.В. О правильных коэффициентах отражения и преломления волн при косом распространении звука через границу сред // *Инновации и инвестиции*. 2022. № 6. С. 103–105. EDN ICVOFF.
7. Захаров А.В. Дискретные модели прохождения волн при расчетах звукоизоляции в зданиях // *Промышленное и гражданское строительство*. 2012. № 11. С. 50–53. EDN PIBAZP.
8. Fahy F., Gardonio P. Sound and structural vibration: radiation, transmission and response. 2nd ed. Amsterdam : Elsevier, Academic Press, 2006. 656 p.
9. Бобылев В.Н., Монич Д.В., Тишков В.А., Гребнев П.А. Резервы повышения звукоизоляции однослойных ограждающих конструкций : моно-

графия. Нижний Новгород : ННГАСУ, 2014. 118 с. EDN UKCQFL.

10. Bobyl'ov V.N., Tishkov V.A., Monich D.V., Dymchenko V.V., Grebnev P.A. Experimental study of sound insulation in multilayer building partitions // *Noise Control Engineering Journal*. 2014. Vol. 62. Issue 5. Pp. 354–359. DOI: 10.3397/1/376234

11. Овсянников С.Н. Развитие теории статистического энергетического анализа для расчета звукоизоляции в гражданских зданиях // *Вестник ТГАСУ*. 2000. № 1. С. 72–83.

12. Ovsyannikov S.N., Leliuga O.V., Gradov V.A. Calculation model of sound and vibration propagation in a building fragment based on the method of statistical energy analysis // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. Vol. 753. Issue 4. P. 042006. DOI: 10.1088/1757-899X/753/4/042006

13. Захаров А.В., Салтыков И.П. Влияние сдвиговых и продольных волн на звукоизоляцию в третьем диапазоне стандартного частотного спектра // *Инженерный вестник Дона*. 2022. № 3 (87). С. 325–344. EDN НОВВМҚ.

14. Zakharov A.V., Saltykov I.P. The third frequency range of the sound insulation plot of the single-layer partitions // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. Vol. 753. Issue 3. P. 032064. DOI: 10.1088/1757-899X/753/3/032064

15. Zakharov A.V. Discrete models upon calculation of soundproofing by solid plate // *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. 2018. Vol. 119. Issue 10. Special Issue C. Pp. 439–443. EDN XYDGVV.

Поступила в редакцию 23 июня 2023 г.

Принята в доработанном виде 16 января 2024 г.

Одобрена для публикации 16 января 2024 г.

ОБ АВТОРЕ: **Аркадий Васильевич Захаров** — кандидат технических наук, профессор кафедры архитектуры; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; РИНЦ ID: 689180, Scopus: 57194597849, ORCID: 0000-0001-7693-2099; zakharov.arkady@yandex.ru.

## REFERENCES

1. Schelokov Y. Universal formula of calculation of sound insulation of single-layer barriers. *Noise Theory and Practice*. 2016; 2(1):2-7. EDN VOQLPH. (rus.).

2. Zdražilova N., Donova D., Skotnicova I. Analysis of predictive calculation methods of airborne sound insulation. *Applied Mechanics and Materials*. 2016; 835:573-578. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amm.835.573

3. Ye J. Applying immune algorithms to the calculation of sound insulation of walls. *Applied Mechanics and Materials*. 2014; 584-586:1853-1857. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amm.584-586.1853

16. Салтыков И.П. Сравнение результатов расчета звукоизоляции однослойных перегородок на основе модели с сосредоточенными параметрами с результатами традиционных методов расчета // *Инновации и инвестиции*. 2020. № 2. С. 173–180. EDN PQDGPFL.

17. Saltykov I.P. An engineering estimation method of the sound insulation of massive partitions on the base of design model with lumped parameters // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. Vol. 753. Issue 3. P. 032046. DOI: 10.1088/1757-899X/753/3/032046

18. Pirmatov R., Rashidov J., Pirmatov K. Method for calculating the insulation of airborne sound by enclose from volumetric-block buildings // *E3S Web of Conferences*. 2021. Vol. 264. P. 02057. DOI: 10.1051/e3sconf/202126402057

19. Разживин В.М. Изоляция воздушного шума легкими ограждающими конструкциями зданий с учетом их закрепления : монография. Пенза : ПГУАС, 2014. 120 с. EDN WGRPMH.

20. Салтыков И.П. Расчет звукоизоляции тонких перегородок на основе модели с сосредоточенными параметрами // *Вестник МГСУ*. 2020. Т. 15. № 3. С. 353–367. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=42665439> DOI: 10.22227/1997-0935.2020.3.353-367

21. Zakharov A.V., Saltykov I.P. The influence of wave resonance phenomena on the sound insulation of a single-layer building partition in the application of calculation models with the concentrated parameters // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2021. Vol. 1079. Issue 3. P. 032068. DOI: 10.1088/1757-899X/1079/3/032068

4. Rodríguez-Molares A. A new method for auralisation of airborne sound insulation. *Applied Acoustics*. 2013; 74(1):116-121. DOI: 10.1016/j.apacoust.2012.06.017

5. Huang X.F., Yang Z.X., Yang Y. Prediction on sound insulation to a single-leaf wall. *Advanced Materials Research*. 2012; 594-597:2824-2827. DOI: 10.4028/www.scientific.net/amr.594-597.2824

6. Zakharov A.V. On the correct coefficients of reflection and refraction of waves during oblique propagation of sound through the boundary of media. *Innovation and Investment*. 2022; 6:103-105. EDN ICVOFF. (rus.).



7. Zakharov A.V. Discrete models of passage of waves for calculation of sound insulation in buildings. *Industrial and Civil Engineering*. 2012; 11:50-53. EDN PIBAZP. (rus.).

8. Fahy F., Gardonio P. *Sound and structural vibration: radiation, transmission and response. 2nd Edition*. Amsterdam, Elsevier, Academic Press, 2006; 656.

9. Bobylev V.N., Monich D.V., Tishkov V.A., Grebnev P.A. *Reserves for increasing the sound insulation of single-layer enclosing structures : monograph*. Nizhniy Novgorod, Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, 2014; 118. EDN UKCQFL. (rus.).

10. Bobilyov V.N., Tishkov V.A., Monich D.V., Dymchenko V.V., Grebnev P.A. Experimental study of sound insulation in multilayer building partitions. *Noise Control Engineering Journal*. 2014; 62(5):354-359. DOI: 10.3397/1/376234

11. Ovsyannikov S.N. Development of the theory of statistical energy analysis for the calculation of sound insulation in civil buildings. *Proceedings of the Tomsk State University of Architecture and Building*. 2000; 1:72-83. (rus.).

12. Ovsyannikov S.N., Leliuga O.V., Gradov V.A. Calculation model of sound and vibration propagation in a building fragment based on the method of statistical energy analysis. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020; 753(4):042006. DOI: 10.1088/1757-899X/753/4/042006

13. Zakharov A.V., Saltykov I.P. An influence of shear and longitudinal waves on sound insulation in the third range of the standard frequency spectrum. *Engineering journal of Don*. 2022; 3(87):325-344. EDN HOBBMQ. (rus.).

14. Zakharov A.V., Saltykov I.P. The third frequency range of the sound insulation plot of the single-layer partitions. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020; 753(3):032064. DOI: 10.1088/1757-899X/753/3/032064

15. Zakharov A.V. Discrete models upon calculation of soundproofing by solid plate. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. 2018; 119(10 Special Issue C):439-443. EDN XYDGVV

16. Saltykov I.P. The comparison of sound insulation calculations results for single-layer partitions, which are based on concentrate parameters model, with the results of conventional calculation methods. *Innovation and Investment*. 2020; 2:173-180. EDN PQDGPf. (rus.).

17. Saltykov I.P. An engineering estimation method of the sound insulation of massive partitions on the base of design model with lumped parameters. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020; 753(3):032046. DOI: 10.1088/1757-899X/753/3/032046

18. Pirmatov R., Rashidov J., Pirmatov K. Method for calculating the insulation of airborne sound by enclose from volumetric-block buildings. *E3S Web of Conferences*. 2021; 264:02057. DOI: 10.1051/e3s-conf/202126402057

19. Razzhivin V.M. *The air noise insulation by the use of lightweight enclosing structures of the buildings, subject to their fastening : monograph*. Penza, Penza State University of Architecture and Construction, 2014; 120. EDN WGRPMH. (rus.).

20. Saltykov I.P. Sound insulation design of the thin partitions on the base of concentrated parameters model. *Vestnik MGSU [Monthly Journal on Construction and Architecture]*. 2020; 15(3):353-367. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=42665439> DOI: 10.22227/19970935.2020.3.353-367 (rus.).

21. Zakharov A.V., Saltykov I.P. The influence of wave resonance phenomena on the sound insulation of a single-layer building partition in the application of calculation models with the concentrated parameters. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2021; 1079(3):032068. DOI: 10.1088/1757-899X/1079/3/032068

Received June 23, 2023.

Adopted in revised form on January 16, 2024.

Approved for publication on January 16, 2024.

**B I O N O T E S :** **Arkady V. Zakharov** — Candidate of Technical Sciences, Professor of the Department of Architecture; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; ID RSCI: 689180, Scopus: 57194597849, ORCID: 0000-0001-7693-2099; zakharov.arkady@yandex.ru.