НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER
УДК 624.041
DOI: 10.22227/1997-0935.2024.12.1920-1936

Упрощенный вариант методики расчета многослойных составных стержней по теории А.Р. Ржаницына

Владимир Владимирович Филатов, Тхи Линь Куен Хоанг
Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Предложена модификация теории составных стержней (ТСС) А.Р. Ржаницына. Она является одним из наиболее распространенных методов расчета многослойных строительных конструкций. Напряженно-деформированное состояние многослойных составных балок устанавливается функциями прогибов, изгибающих моментов и усилий в непрерывно распределенных межслойных связях, препятствующих взаимному сдвигу слоев. Усилия в связях сдвига определяются из решения системы n обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, где n — количество межслойных швов. Предложенная методика строится на гипотезе функциональной зависимости между сдвигающими усилиями в швах балки. Данное предположение позволяет свести задачу определения функций сдвигающих усилий к решению одного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Таким образом, число совместно решаемых дифференциальных уравнений, описывающих задачу, сокращается с $n + 2$ до трех при любом количестве слоев.
Материалы и методы. Для решения системы дифференциальных уравнений как в постановке Ржаницына, так и в упрощенной постановке, привлекаются разностные уравнения метода последовательных аппроксимаций.
Результаты. Получены результаты расчета шестислойной балки с использованием трех моделей: в постановке А.Р. Ржаницына, с привлечением упрощенной методики Р.Ф. Габбасова и В.В. Филатова, в постановке авторов статьи. Выполнено сравнение результатов расчета по упрощенным методикам с ТСС. Исследовано влияние различных параметров (геометрических и механических характеристик слоев, жесткости швов на сдвиг) на работу упрощенных моделей. Построены эпюры максимальных продольных и касательных напряжений для разных вариантов компоновки поперечного сечения составной балки.
Выводы. Представлены рекомендации и описаны ограничения по возможностям применения предлагаемой методики расчета многослойных балок на действие статических нагрузок. Методика может быть рекомендована к использованию в практике проектных организаций и в учебном процессе профильных учебных заведений высшего образования.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: теория А.Р. Ржаницына, теория составных стержней, коэффициент жесткости шва на сдвиг, многослойные балки, метод последовательных аппроксимаций

Благодарности. Исследование профинансировано Министерством науки и высшего образования РФ, проект № FSWG-2023-0004.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: *Филатов В.В., Хоанг Т.Л.К.* Упрощенный вариант методики расчета многослойных составных стержней по теории А.Р. Ржаницына // Вестник МГСУ. 2024. Т. 19. Вып. 12. С. 1920–1936. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.12.1920-1936

Автор, ответственный за переписку: Владимир Владимирович Филатов, stroitmeh@mgsu.ru.

A simplified version of the method of calculation of multilayer composite rods according to the theory of A.R. Rzhanitsyn

Vladimir V. Filatov, Thi Linh Quyen Hoang
Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU); Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. A modification of the theory of composite rods (TCR) by A.R. Rzhanitsyn is proposed. It is one of the most common methods for calculating multilayer building structures. The stress-strain state of multilayer composite beams is determined by the functions of deflections, bending moments and forces in continuously distributed interlayer connections that prevent mutual shear of the layers. The forces in the shear connections are determined by solving a system of n ordinary differential equations of the second order, where n is the number of interlayer seams. The proposed method is based on the hypothesis of a functional relationship between the shear forces in the beam seams. This assumption allows us to reduce the problem of determining the functions of shear forces to solving one ordinary differential equation of the second order. Thus, the number of simultaneously solved differential equations describing the problem is reduced from $n + 2$ to three for any number of layers.

© В.В. Филатов, Т.Л.К. Хоанг, 2024
Распространяется на основании Creative Commons Attribution Non-Commercial (CC BY-NC)

Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • **Том 19. Выпуск 12, 2024**
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • **Volume 19. Issue 12, 2024**

Materials and methods. To solve the system of differential equations, both in Rzhanitsyn's formulation and in a simplified formulation, difference equations of the method of successive approximations (MSA) are used.
Results. The results of calculation of a six-layer beam using three models are obtained: in the formulation of A.R. Rzhanitsyn, with the involvement of the simplified method of R.F. Gabbasov and V.V. Filatov, in the formulation of the authors of the paper. The results of calculation by simplified methods with TCR are compared. The influence of various parameters (geometric and mechanical characteristics of layers, shear stiffness of seams) on the operation of simplified models is studied. Diagrams of maximum longitudinal and tangential stresses are constructed for different options for the layout of the cross section of a composite beam
Conclusions. Recommendations are presented and limitations on the possibilities of using the proposed calculation method for multilayer beams under static loads are described. The method can be recommended for use in the practice of design organizations and in the educational process of specialized higher education institutions.

KEYWORDS: theory of A.R. Rzhanitsyn, theory of composite rods, joint shear stiffness coefficient, multilayer beams, method of successive approximations

Acknowledgments. The study was funded by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, project No. FSWG-2023-0004.

FOR CITATION: Filatov V.V., Hoang T.L.Q. A simplified version of the method of calculation of multilayer composite rods according to the theory of A.R. Rzhanitsyn. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2024; 19(12):1920-1936. DOI: 10.22227/1997-0935.2024.12.1920-1936 (rus.).

Corresponding author: Vladimir V. Filatov, stroitmeh@mgsu.ru.

ВВЕДЕНИЕ

Теория составных стержней и пластин, предложенная Алексеем Руфовичем Ржаницыным [1] в середине XX в., и сегодня находит широкое применение при проектировании строительных конструкций.

Начнем наш краткий обзор с трудов, ставших настольными книгами многих поколений инженеров-конструкторов и посвященных использованию теории составных стержней (ТСС) к расчету многоэтажных каркасных зданий и сооружений [2–4]. Моделирование работы диафрагм жесткости в составе каркаса здания с учетом ослабления диафрагм проемами реализовано в исследованиях [5–7]. Рассмотрен расчет металлических перфорированных балок с вырезами различной формы [8–11]. Предложена модифицированная зависимость А.Р. Ржаницына, позволяющая с инженерной точностью определять напряжения в крайних волокнах перфорированных балок [8]. На основе сравнения с экспериментальными данными и численным решением по МКЭ продемонстрирована эффективность полученного на базе ТСС аналитического решения для определения перемещений шарнирно опертых перфорированных балок с разной формой вырезов при разных видах нагружения [11]. Изучена совместная работа сквозных моностальных и бистальных балок с железобетонной плитой проезжей части моста [12, 13]. Похожая задача по расчету пролетной конструкции моста из дощато-брусчато-нагельно-гвоздевых блоков и включенной в совместную работу с ними железобетонной плиты проезжей части приведена в публикации [14]. Продемонстрирована методика расчета четырехслойных мостовых прогонов, состоящих из окантованных бревен [13, 15]. Предложено применение ТСС к расчету многослойной клееной деревоплиты [16]. Вопросы проектирования плитно-ребристых панелей с обшивкой из фанеры рассмотрены в статье [17]. Определению сдвиговой жесткости соединительных стальных элементов при проектировании многослойных деревянных балок с привлечением теории А.Р. Ржаницына посвящены исследования [18, 19].

Применяется теория составных стержней и при расчете железобетонных конструкций. Это могут быть конструкции со слоями, механические характеристики которых отличаются друг от друга [20]; конструкции после введения дополнительного слоя усиления [21]; конструкции, слоистость которых обусловлена образованием трещин [22–24]; конструкции, при моделировании которых учитывается многослойность и трещинообразование [25, 26]. Рассмотрено использование модели составного стержня для расчета монолитных деревянных балок с учетом влияния образования трещин на напряженно-деформированное состояние [27]. Показан расчет двухслойных составных балок, контактирующих с упругим основанием [28–30]. Предложена численная методика расчета составных балок и пластин [30, 31].

Среди зарубежных ученых к расчету многослойных балок одним из первых обратился Ньюмарк. В работе [32] приведен расчет двухслойной балки в линейной постановке. Построению различных аналитических моделей двухслойных стержней посвящены публикации [33–36]. Выполнено обобщение модели Ньюмарка на работу трехслойных шарнирно опертых деревянных балок с одинаковыми слоями [37]. Исследован трехслойный стержень, образованный слоями разного поперечного сечения, изгибаемый распределенной и сосредоточенной нагрузками [38]. Предложены аналитические и численные модели расчета многослойных балок [39–48]. Проведен расчет балок в геометрически нелинейной постановке [49, 50]. Приведены результаты исследований модульных сэндвич панелей с оболочкой из полиэтилена высокой плотности [51]. Выявлена зависимость сдвиговой прочности слоев от способа штамповки изделия. Статья [52] посвящена расчету изгибаемых трехслойных сборных железобетонных

панелей при использовании различных связей между слоями. Произведен расчет панелей из углеродного волокна и стекловолокна с ребрами жесткости Z и L профиля на устойчивость [53]. Изучена работа деревянных панелей, в которых крепление листовой обшивки к деревянному каркасу выполнено при помощи шурупов [54]. Авторами [55] предложен способ соединения слоев в трехслойной композитной панели, позволяющий значительно повысить сопротивление взаимному сдвигу внутреннего и внешних слоев.

В подавляющем большинстве исследований рассматривается модель двух- или трехслойного стержня. При большем количестве слоев решение задачи усложняется. В рамках ТСС неизвестными являются функции усилий, возникающих в связях, непрерывно распределенных по длине швов составной конструкции и препятствующих взаимному сдвигу слоев по плоскости разделяющего эти слои шва при деформировании составного стержня. Для краткости будем называть их сдвигающими усилиями. Они определяются из решения системы n дифференциальных уравнений, где n — количество швов.

Далее отметим работы, в которых предложены допущения, упрощающие расчет именно многослойных конструкций. Многослойная деревоплита, опертая по двум противоположным сторонам, рассматривается как шарнирно опертая составная балка [16]. В силу симметрии поперечного сечения сдвигающие усилия в швах, равноудаленных от продольной оси балки, принимаются равными по величине. В качестве примера рассмотрена четырехслойная балка, имеющая три продольных шва. С учетом введенных допущений расчет балки сведен к решению двух дифференциальных уравнений относительно функций сдвигающих усилий в среднем и крайнем швах.

Работы [13, 15] посвящены расчету пролетных мостовых конструкций. В качестве основных несущих конструкций проанализированы составные балки из нескольких рядов окантованных бревен, объединенных нагельными узлами. Соединяющие бревна узлы расположены вдоль плоскости шва с определенным шагом. Это позволило отказаться от принятой в ТСС гипотезы о равномерно и непрерывно распределенных вдоль оси шва связях, препятствующих взаимному сдвигу слоев. При таком подходе усилия, возникающие в дискретных связях сдвига, можно считать сосредоточенными и определить из решения системы линейных алгебраических уравнений метода сил. Количество неизвестных, определяющих размерность системы уравнений, будет равно суммарному числу соединяющих узлов по всем швам составной балки.

В труде [31] предложено допущение, упрощающее расчет многослойных конструкций в рамках ТСС. Предполагается, что все слои одинаковые как по геометрическим, так и по механическим параметрам. Для таких случаев авторы предлагают принять гипотезу равенства сдвигающих усилий во всех швах составной балки, что позволяет свести задачу определения функции распределения этих усилий по длине шва к решению единственного дифференциального уравнения.

В настоящей работе в развитие исследования [31] вводится гипотеза функциональной зависимости между сдвигающими усилиями в разных швах составной конструкции. Это, с одной стороны, дает возможность отказаться от идеи равенства сдвигающих усилий во всех швах составного стержня, с другой — как и в публикации [31], позволяет свести задачу определения этих усилий при любом количестве слоев (швов) от решения системы n дифференциальных уравнений к решению одного дифференциального уравнения.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В труде [31] предложена численная методика расчета многослойных составных балок и плит, базирующаяся на теории Ржаницына. Эта методика достаточно просто позволяет получать решения для многослойных балок при любом количестве слоев, произвольных краевых условий, при действии произвольных статических нагрузок. Для составных балок система разрешающих дифференциальных уравнений будет состоять из $n + 2$ обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Приведем их ниже в безразмерном виде:

$$\frac{d^2m}{d\Psi^2} = -p; \tag{1}$$

$$\frac{d^2w}{d\Psi^2} = -\alpha\left(m - \omega\right); \tag{2}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2t_1}{d\Psi^2} = \\ = -\xi_1\left[\left(m-\omega\right)\alpha\overline{c_1} - g_2t_1 + g_2t_2\right]; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dfrac{d^2t_i}{d\Psi^2} = -\xi_i\left[\left(m-\omega\right)\alpha\overline{c_i} + g_it_i - \right. \\ \left. - \left(g_i + g_{i+1}\right)t_i + g_{i+1}t_{i+1}\right]; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dfrac{d^2t_n}{d\Psi^2} = \\ = -\xi_n\left[\left(m-\omega\right)\alpha\overline{c_n} + g_nt_{n-1} - \right. \\ \left. - \left(g_n + g_{n+1}\right)t_n\right]; \end{cases} \tag{3}$$

где

$$\Psi = \frac{x}{l};\ t_i = T_i\frac{l^2}{E_iI_i};\ m = M\frac{l}{E_iI_i};$$

$$w = \frac{y}{l};\ \alpha = \frac{EI}{\sum EI};\ \overline{c_i} = \frac{c_i}{l};$$

Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • Том 19. Выпуск 12, 2024
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • Volume 19. Issue 12, 2024

$$\omega = \sum_{j=1}^{n} t_j \bar{c}_j;\ \Sigma EI = \sum_{j=1}^{n+1} E_j I_j;\ p = \frac{ql^3}{EI};$$

M — суммарный изгибающий момент в сечении составного стержня от действия внешней нагрузки без учета усилий, передающихся от поперечных связей и связей сдвига; T_i — суммарное сдвигающее усилие в i-м шве, накапливаемое по длине стержня от его начала до рассматриваемого сечения; E_iI_i — изгибная жесткость i-й ветви; E_iF_i — жесткость i-й ветви при продольной деформации; l — длина балки; y — прогибы составного стержня, благодаря абсолютной жесткости поперечных связей одни и те же для каждой ветви; x — координата, отсчитываемая вдоль оси балки; ξ_i — коэффициент жесткости i-го шва; c_i — расстояния между центрами тяжести сечений двух соседних стержней, разделенных i-м швом; q — интенсивность распределенной по произвольному закону нагрузки.

Как указывалось выше, в той же работе [31] для приближенного расчета балок, состоящих из одинаковых слоев прямоугольного сечения и при равных коэффициентах жесткости на сдвиг всех швов, принято допущение о равенстве усилий во всех швах. Авторы указывают, что при числе слоев не более четырех приближенное решение можно принять за окончательное, а при числе слоев более четырех — за первоначальное. Но при этом значительно упрощается вычислительный процесс.

Рассмотрим балку, состоящую из четного числа прямоугольных слоев так, что один из швов совпадает со срединной плоскостью составного сечения общей высотой H (рис. 1). Обозначение швов и слоев примем как в публикации [1], i-й шов разделяет i и $i + 1$ слои. Будем полагать, что между сдвигающими усилиями в швах балки существует функциональная зависимость и что закон изменения сдвигающих усилий в швах балки описывается квадратной параболой:

$$t(z) = az^2 + bz + c, \qquad (4)$$

где z — координата, отсчитываемая по высоте поперечного сечения от верхней грани балки. Постоянные a, b, c определим из условий $t(0) = 0$; $t\left(\frac{H}{2}\right) = t$; $t(H) = 0$. Окончательно получим выражение для установления сдвигающего усилия в i-м шве:

$$t(z_i) = 4t\left(\frac{z_i}{H} - \frac{z_i^2}{H^2}\right). \qquad (5)$$

Преобразуем систему разрешающих дифференциальных уравнений (1)–(3) с учетом выражения (5). Уравнение (1) останется без изменений. В уравнении (2) необходимо произвести замену ω на $\bar{\omega}$. Вместо n в уравнениях типа (3) запишем:

$$\frac{d^2t}{d\Psi^2} = -\left[\beta\left(m - \bar{\omega}\right) + t\left(\gamma_{i-1} + \gamma_{i+1}\right)\right]; \qquad (6)$$

где

$$\bar{\omega} = 4t\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{z_j}{H} - \frac{z_j^2}{H^2}\right)\frac{c_j}{l};\ \beta = \xi_i c_i \frac{l^3}{\Sigma EI};$$

$$\gamma_{i-1} = \xi_i \frac{l^2}{E_iF_i}\left[4\left(\frac{z_{i-1}}{H} - \frac{z_{i-1}^2}{H^2}\right) - 1\right];$$

$$\gamma_{i+1} = \xi_i \frac{l^2}{E_{i+1}F_{i+1}}\left[4\left(\frac{z_{i+1}}{H} - \frac{z_{i+1}^2}{H^2}\right) - 1\right].$$

После определения по выражению (6) функции сдвигающих усилий в среднем слое усилия t в других слоях вычисляются с использованием соотношения (5). Таким образом, задача сводится к решению трех дифференциальных уравнений при любом количестве слоев, составляющих многослойную балку.

Для решения полученной системы дифференциальных уравнений (1), (2) и (6) воспользуемся разностной формой метода последовательных аппроксимаций (МПА). Методика применения МПА к расчету составных балок подробно изложена в работе [31]. Приведем разностное уравнение, аппроксимирующее выражение (1) в регулярной точке, с учетом возможных конечных разрывов искомой

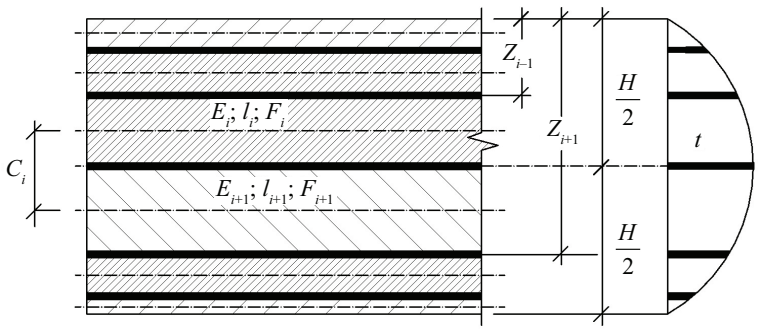


Рис. 1. Поперечное сечение составного стержня и график функции интенсивности сдвигающих усилий в зависимости от положения шва в составном сечении

Fig. 1. Cross section of a composite bar and graph of the shear force intensity function as a function of the joint position in the composite section

Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • Том 19. Выпуск 12, 2024
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • Volume 19. Issue 12, 2024

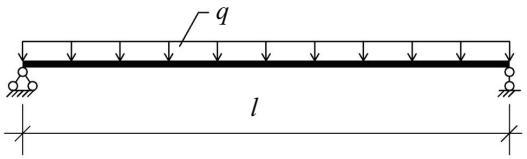


Рис. 2. Расчетная схема шестислойной балки

Fig. 2. Calculation diagram of a six-layer beam

функции, ее первой производной и правой части исходного дифференциального уравнения:

$$m_{k-1}^{П} - 2m_k^{Л} + m_{k+1}^{Л} + \Delta m_k + \tau\Delta m_k' = \\ = \frac{-\tau^2}{12}\left(p_{k-1}^{П} + 10p_k^{Л} + p_{k+1}^{Л}\right) + \frac{5}{12}\tau^2\Delta p_k + \\ + \frac{\tau^3}{12}\Delta p_k', \quad (7)$$

где $\Delta m_k = m_k^{Л} - m_k^{П}$; $m_k^{Л} = m_{k-0}$; $m_k^{П} = m_{k+0}$, остальные значения такого типа имеют аналогичный смысл $\Delta p_k' = {}^{Л}p_k' - {}^{П}p_k'$; ${}^{Л}p_k' = p_{k-0}'$; ${}^{П}p_k' = p_{k+0}'$; $p_k' = dp/d\Psi$; k— номер точки расчетной сетки, наносимой на ось балки.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В качестве примера, иллюстрирующего предложенную методику, рассмотрим расчет шестислойной составной шарнирно опертой балки, загруженной распределенной нагрузкой (рис. 2). Интенсивность распределенной нагрузки q = 2 кН/м, длина балки l = 6 м, ширина поперечного сечения b = 0,15 м, высота поперечного сечения H = 0,3 м. Ниже описаны три варианта компоновки поперечного сечения составной балки. В первом случае балка собрана из одинаковых слоев со следующими параметрами: модуль упругости слоев $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E_5 = E_6$ = 12 600 МПа, высота слоев $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_6$ = 0,05 м. Во втором варианте высоты слоев остаются одинаковыми h = 0,05 м, а модули упругости крайних слоев по значению в два раза превышают соответствующие значения внутренних слоев E_1 = 15 000 МПа, $E_2 = E_3 = E_4 = E_5$ = 7500 МПа, E_6 = 15 000 МПа. В третьем варианте при одинаковом модуле упругости слоев $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E_5 = E_6$ = 12 600 МПа отличаются их высоты h_1 = 0,1 м; $h_2 = h_3 = h_3 = h_4 = h_5$ = 0,025 м, h_6 = 0,1 м. Во всех случаях сдвиговые характеристики швов приняты одинаковыми и характеризуются коэффициентом жесткости шва. Для всех вариантов результаты получены при нескольких значениях коэффициента жесткости шва:

ξ = 12 кПа, 12 МПа; ξ = 126 МПа;
ξ = 1260 МПа; ξ = 12 600 МПа.

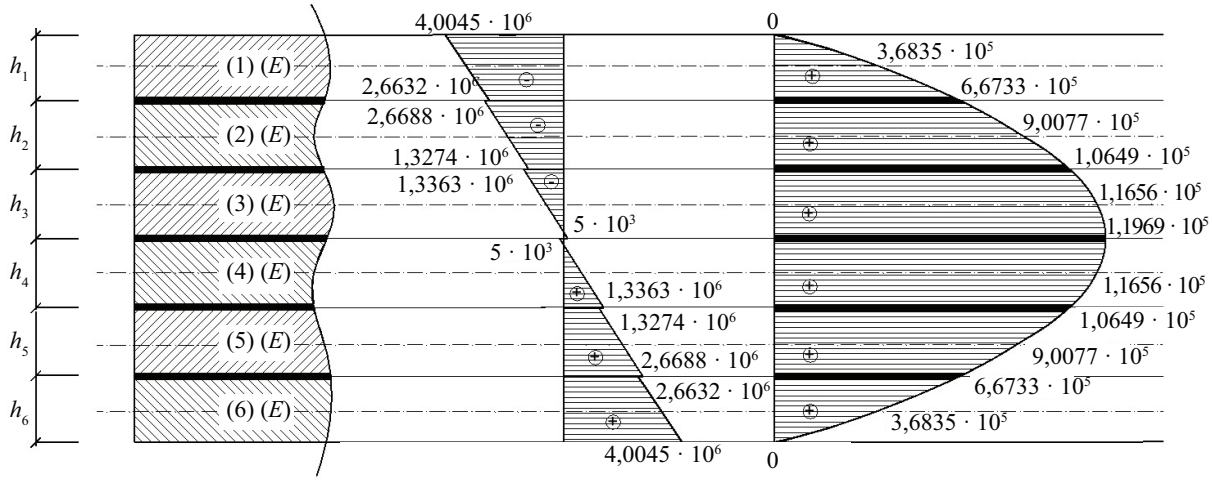
В табл. 1–3 показаны полученные значения сдвигающих усилий в швах составной балки и максимальных прогибов для трех вариантов соответственно. В трех правых столбцах таблиц приведены численные решения по: упрощенной методике [31] (сдвигающие усилия во всех швах равны между собой); упрощенной методике, представленной в данной работе; теории составных стержней А.Р. Ржаницына (решение получено численно с привлечением уравнений МПа, как и для упрощенных теорий).

Табл. 1. Значения сдвигающих усилий и максимального прогиба в середине балки, вариант 1

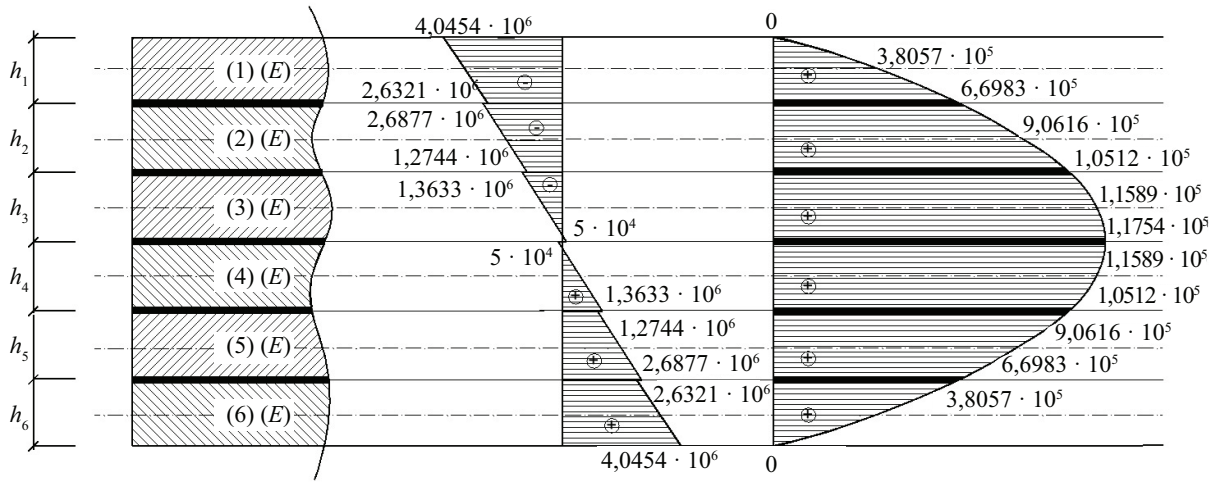
Table 1. Values of shear forces and maximum deflection in the middle of the beam, variant 1

Коэффициент жесткости швов, МПа Joint stiffness coefficient, MPa	Величины Values	Упрощенная методика [31] Simplified methodology [31]	Упрощенная методика Simplified methodology	В постановке А.Р. Ржаницына In the formulation of A.R. Rzhanitsyn
ξ = 12 600	T_1, кН / kN	35,99 (30,5 %)	24,99 (0,04 %)	25
	T_2, кН / kN	35,99 (10 %)	39,99 (0 %)	39,99
	T_3, кН / kN	35,99 (19,98 %)	44,99 0,02 %)	44,98
	y_{max}, мм / mm	0,0571 (99,28 %)	8 (0 %)	8
ξ = 1260	T_1, кН / kN	35,94 (30,3 %)	24,94 (0,3 %)	25,04
	T_2, кН / kN	35,94 (9,9 %)	39,91 (0,05 %)	39,89
	T_3, кН / kN	35,94 (19,81 %)	44,9 (0,1 %)	44,82
	y_{max}, мм / mm	0,057 (99,32 %)	8,6 (1,1 %)	8,5
ξ = 126	T_1, кН / kN	35,4 (28,3 %)	24,47 (3,5 %)	25,38
	T_2, кН / kN	35,4 (9,1 %)	39,16 (0,4 %)	38,98
	T_3, кН / kN	35,4 (18,15 %)	44 (1,7 %)	43,25
	y_{max}, мм / mm	5,6 (58,5 %)	14,7 (8,1 %)	13,5
ξ = 12	T_1, кН / kN	30,12 (16,4 %)	20,06 (20,33 %)	25,18
	T_2, кН / kN	30,12 (4,7 %)	32,09 (1,4 %)	31,61
	T_3, кН / kN	30,12 (8,3 %)	36,11 (9 %)	32,86
	y_{max}, мм / mm	50 (8,3 %)	66,4 (14,6 %)	56,7

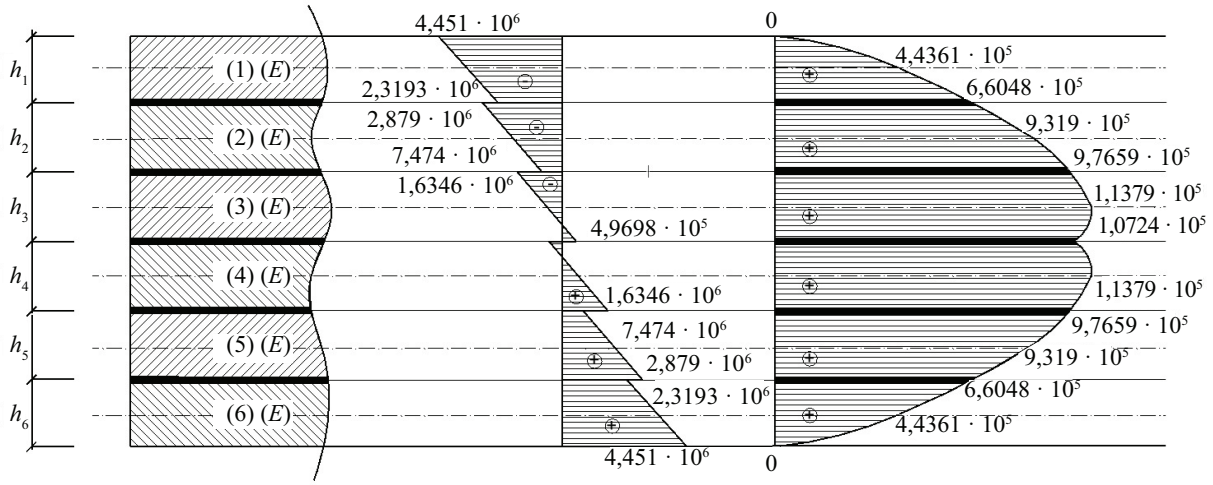
Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • Том 19. Выпуск 12, 2024
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • Volume 19. Issue 12, 2024



a



b



c

Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • Том 19. Выпуск 12, 2024
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • Volume 19. Issue 12, 2024

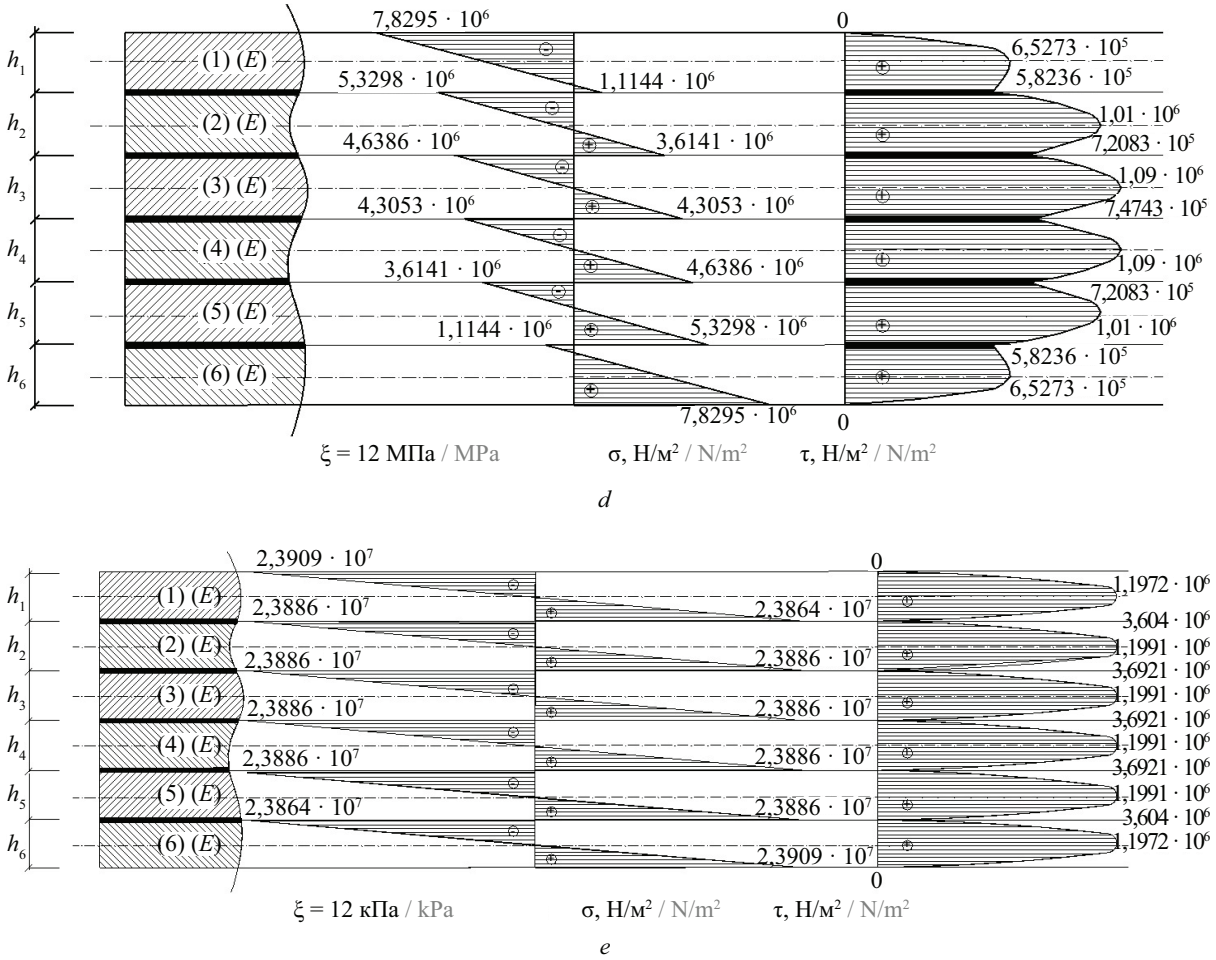


Рис. 3. Эпюры максимальных продольных и касательных напряжений: *a* — ξ = 12 600 МПа; *b* — ξ = 1260 МПа; *c* — ξ = = 126 МПа; *d* — ξ = 12 МПа; *e* — ξ = 12 кПа

Fig. 3. Epures of maximum longitudinal and tangential stresses: *a* — ξ = 12,600 MPa; *b* — ξ = 1,260 MPa; *c* — ξ = 126 MPa; *d* — ξ = 12 MPa; *e* — ξ = 12 kPa

Табл. 2. Значения сдвигающих усилий и максимального прогиба в середине балки, вариант 2

Table 2. Values of shear forces and maximum deflection in the middle of the beam, variant 2

Коэффициент жесткости швов, МПа Joint stiffness coefficient, MPa	Величины Values	Упрощенная методика [31] Simplified methodology [31]	Упрощенная методика Simplified methodology	В постановке А.Р. Ржаницына In the formulation of A.R. Rzhanitsyn
ξ = 12 600	T_1, кН / kN	36 (18,47 %)	25 (15 %)	29,35
	T_2, кН / kN	36 (5,6 %)	40 (4,6 %)	38,15
	T_3, кН / kN	36 (12 %)	45 (8,6 %)	41,1
	y_{max}, мм / mm	0,057 (99 %)	10,1 (22 %)	7,9
ξ = 1260	T_1, кН / kN	35,95 (18,4 %)	24,94 (14,9 %)	29,34
	T_2, кН / kN	35,95 (5,6 %)	39,9 (4,5 %)	38,09
	T_3, кН / kN	35,95 (12,3 %)	44,89 (8,6 %)	41
	y_{max}, мм / mm	0,057 (99,3 %)	11 (23,6 %)	8,4
ξ = 126	T_1, кН / kN	35,52 (17,6 %)	24,38 (16,8 %)	29,3
	T_2, кН / kN	35,52 (5,3 %)	39 (3,8 %)	37,51
	T_3, кН / kN	35,52 (11,5 %)	43,88 (8,5 %)	40,15
	y_{max}, мм / mm	5,6 (58 %)	20,2 (34,1 %)	13,3

Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • Том 19. Выпуск 12, 2024
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • Volume 19. Issue 12, 2024

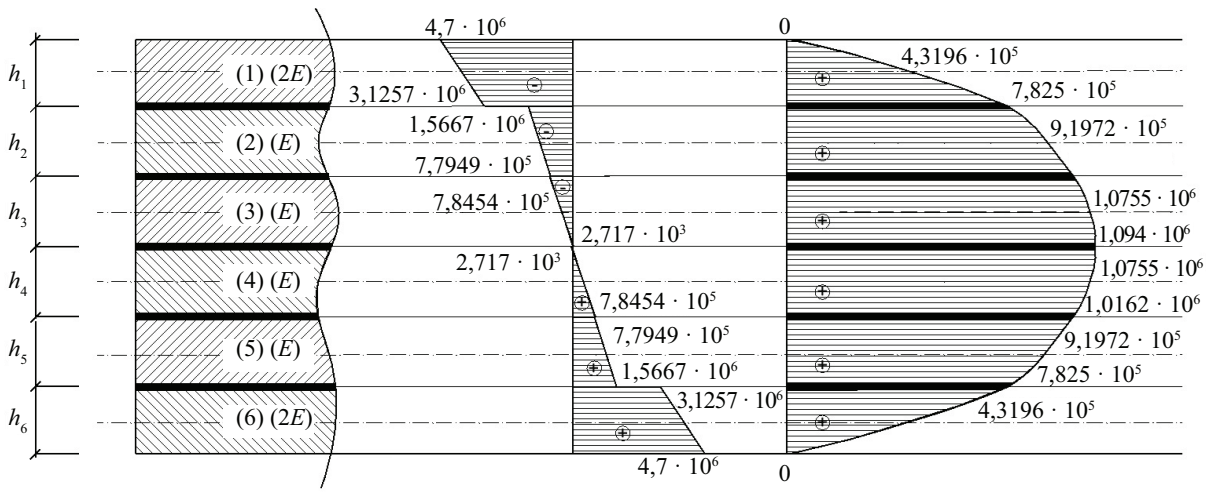
Окончание табл. 2 / End of the Table 2

Коэффициент жесткости швов, МПа Joint stiffness coefficient, MPa	Величины Values	Упрощенная методика [31] Simplified methodology [31]	Упрощенная методика Simplified methodology	В постановке А.Р. Ржаницына In the formulation of A.R. Rzhanitsyn
ξ = 12	T_1, кН / kN	31,22 (11,53 %)	19,3 (30 %)	27,62
	T_2, кН / kN	31,22 (3 %)	30,88 (4,1 %)	32,21
	T_3, кН / kN	31,22 (6,1 %)	34,74 (4,2 %)	33,28
	y_{max}, мм / mm	52 (10,8 %)	94,4 (38 %)	58,3

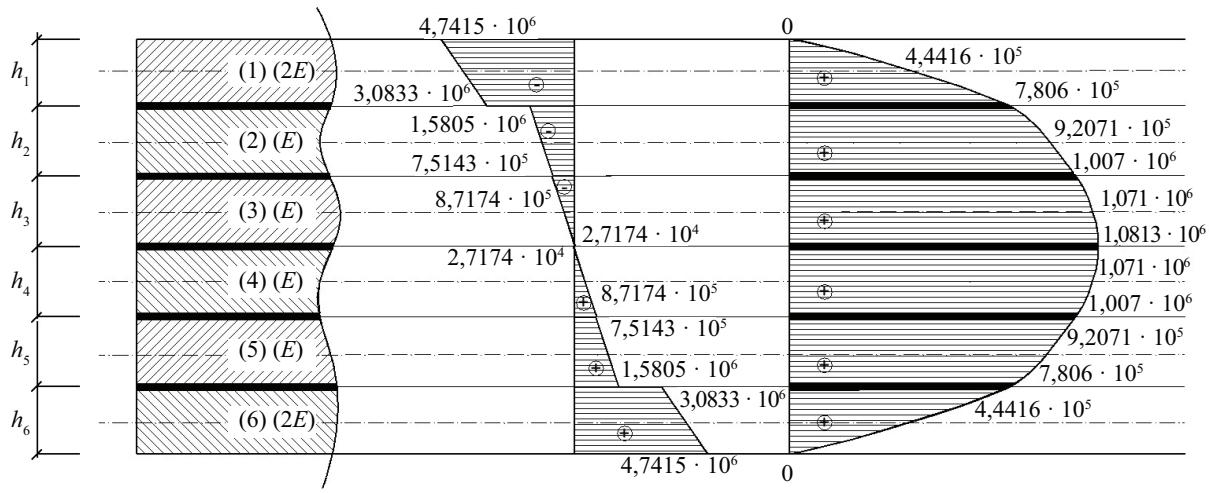
На рис. 3 представлены эпюры нормальных и касательных напряжений для первого варианта компоновки сечения в зависимости от значения коэффициента жесткости шва. Аналогичная информация для второго варианта показана на рис. 4, для третьего — на рис. 5. На рис. 3, *e*; 4, *e*; 5, *e* приведены эпюры напряжений для соответствующих вариантов компоновки при весьма малом значении коэффициента жесткости шва ξ = 12 кПа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Анализ полученных результатов подтверждает предположение авторов упрощенного подхода расчета многослойных балок [31] о возможности его



a



b

Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • Том 19. Выпуск 12, 2024
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • Volume 19. Issue 12, 2024

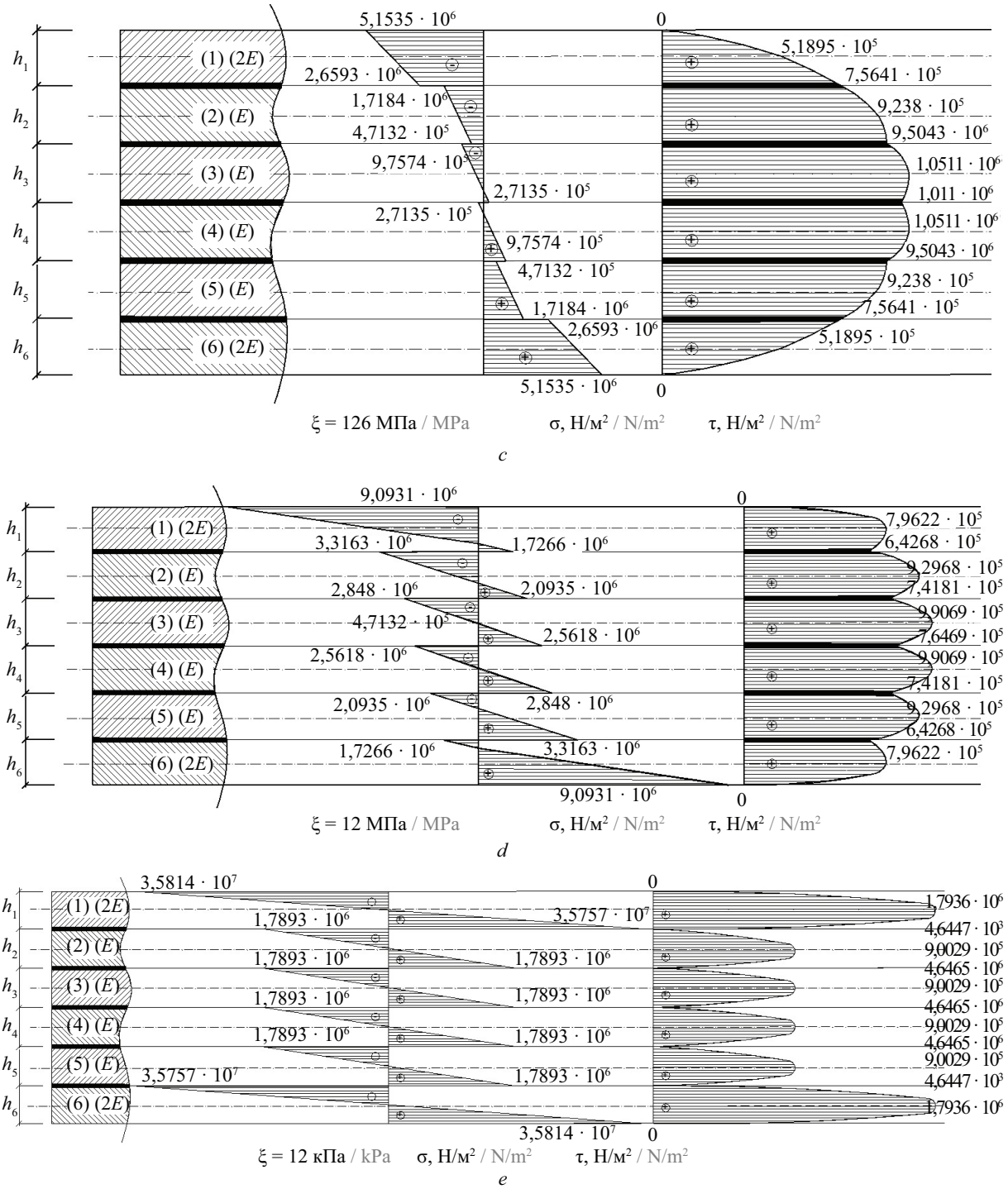


Рис. 4. Эпюры максимальных продольных и касательных напряжений: *a* — ξ = 12 600 МПа; *b* — ξ = 1260 МПа; *c* — ξ = = 126 МПа; *d* — ξ = 12 МПа; *e* — ξ = 12 кПа

Fig. 4. Epures of maximum longitudinal and tangential stresses: *a* — ξ = 12,600 MPa; *b* — ξ = 1,260 MPa; *c* — ξ = 126 MPa; *d* — ξ = 12 MPa; *e* — ξ = 12 kPa

применения для конструкций с небольшим количеством слоев (не более четырех). Для шестислойных балок значения сдвигающих усилий в крайних швах, вычисленных по методике [31] при достаточно высоких значениях коэффициента жесткости шва на сдвиг, на 30 % превышают значения соответствующих усилий по теории А.Р. Ржаницына, а значения усилий в швах ближе к центральной части сечения — меньше на 20 %. При этом максимальные значения сдвигающих усилий по ТСС возникают именно в центральном шве. Общая жесткость составной балки оказалась завышенной. Максимальный прогиб по сравнению с ТСС меньше на два порядка. При весьма слабом сопротивлении межслойных свя-

Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • Том 19. Выпуск 12, 2024
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • Volume 19. Issue 12, 2024

Табл. 3. Значения сдвигающих усилий и максимального прогиба в середине балки, вариант 3

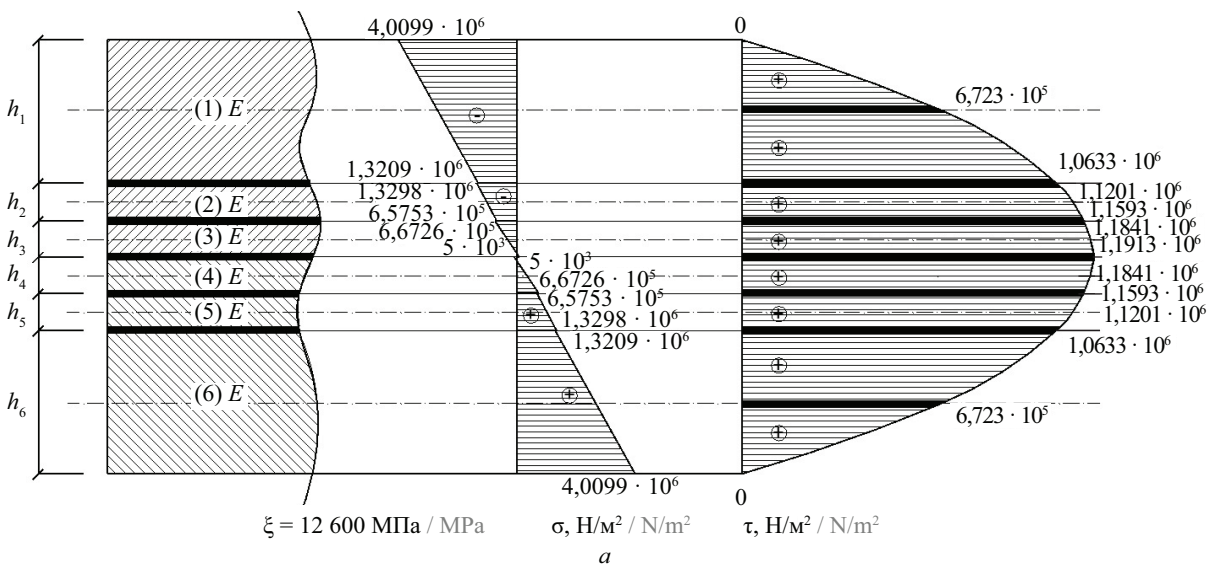
Table 3. Shear forces and maximum deflection in the centre of the beam, variant 3

Коэффициент жесткости швов, МПа Joint stiffness coefficient, MPa	Величины Values	Упрощенная методика [31] Simplified methodology [31]	Упрощенная методика Simplified methodology	В постановке А.Р. Ржаницына In the formulation of A.R. Rzhanitsyn
ξ = 12 600	T_1, кН / kN	44,94 (11 %)	39,95 (0,07 %)	39,98
	T_2, кН / kN	44,94 (2,7 %)	43,7 (0 %)	43,7
	T_3, кН / kN	44,94 (0 %)	44,94 (0 %)	44,94
	y_{max}, мм / mm	0,14 (98 %)	8,1 (1 %)	8
ξ = 1260	T_1, кН / kN	44,48 (10,4 %)	39,54 (0,6 %)	39,81
	T_2, кН / kN	44,48 (2,6 %)	43,24 (0,18 %)	43,32
	T_3, кН / kN	44,48 (0,02 %)	44,48 (0,02 %)	44,49
	y_{max}, мм / mm	1,4 (83,9 %)	9,2 (5 %)	8,7
ξ = 126	T_1, кН / kN	40 (4,7 %)	35,55 (6,7 %)	38,12
	T_2, кН / kN	40 (1 %)	38,89 (1,7 %)	39,57
	T_3, кН / kN	40 (0,07 %)	40 (0,07 %)	40,03
	y_{max}, мм / mm	12,7 (16,9 %)	19,7 22,3 %)	15,3
ξ = 12	T_1, кН / kN	18,58 (28,6 %)	16,51 (36,5 %)	26,04
	T_2, кН / kN	18,58 (5,7 %)	18,06 (8,4 %)	19,72
	T_3, кН / kN	18,58 (2,3 %)	18,58 (2,3 %)	18,15
	y_{max}, мм / mm	61,9 (17,9 %)	65,1 (21,9 %)	50,8

зей взаимному сдвигу слоев максимальные значения сдвигающих усилий и прогиба приближаются к ТСС, но снизу, не обеспечивая запас прочности.

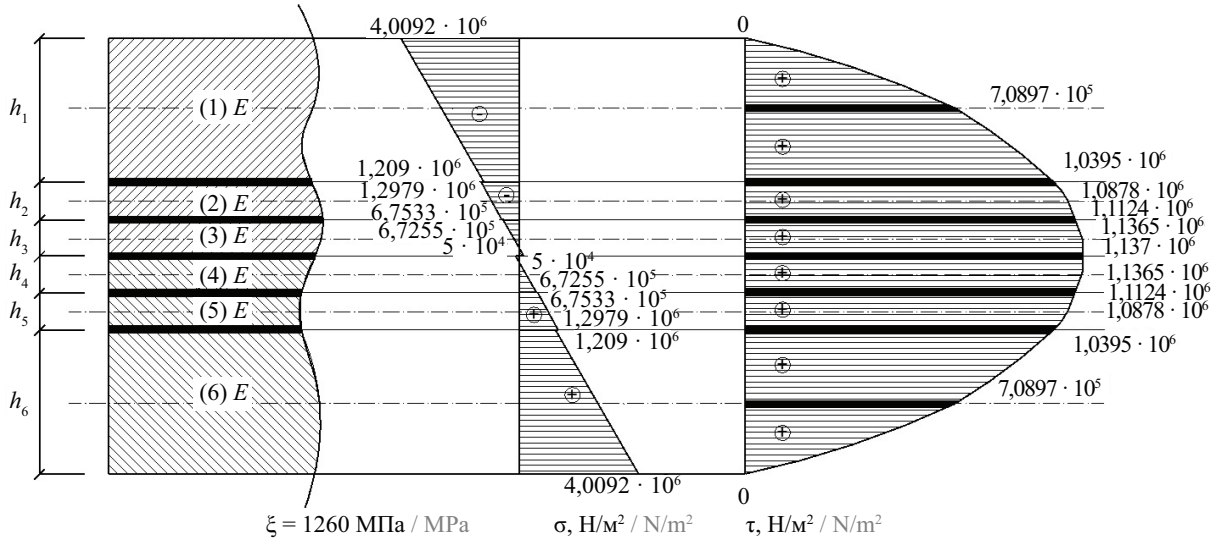
Результаты по упрощенной методике, предложенной в настоящей работе, практически совпадают с результатами по теории составных стержней в широком диапазоне изменения жесткости швов на сдвиг. Исключения составляют данные при существенно малом значении сдвиговой жесткости. Слои в этом случае стремятся к независимой работе друг от друга, а общая изгибная жесткость составной балки определяется суммарной жесткостью слоев. В проектной практике такая компоновка составного сечения является наименее выгодной и не представляет значительного интереса. Независимая работа слоев при малых значениях коэффициента жесткости шва проиллюстрирована эпюрами напряжений на рис. 3, *e*; 4, *e*; 5, *e*.

Предложенная методика позволяет получать приемлемые результаты не только для балок, состоящих из одинаковых по механическим и геометрическим параметрам слоев, как это было предложено в работе [31]. В табл. 3 приведена информация расчета балки, у которой высота крайних слоев в два раза превышает высоту остальных. При высоких значе-

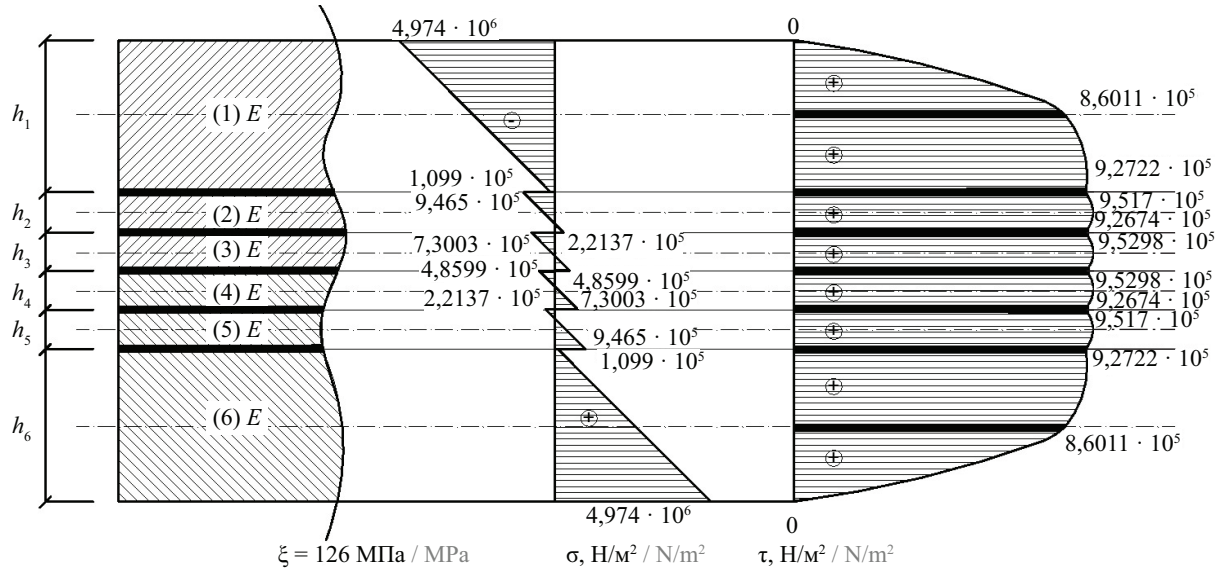


a

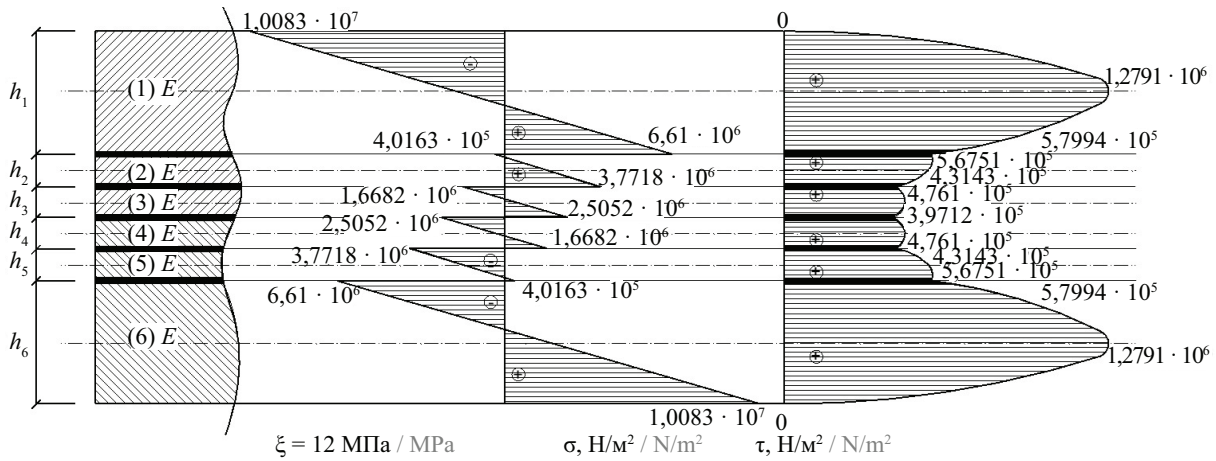
Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • Том 19. Выпуск 12, 2024
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • Volume 19. Issue 12, 2024



b



c



d

Вестник МГСУ • ISSN 1997-0935 (Print) ISSN 2304-6600 (Online) • Том 19. Выпуск 12, 2024
Vestnik MGSU • Monthly Journal on Construction and Architecture • Volume 19. Issue 12, 2024

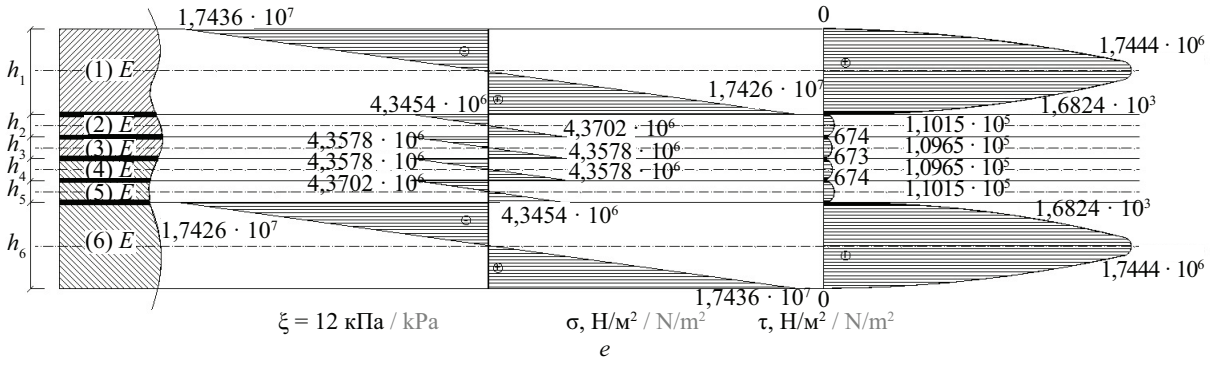


Рис. 5. Эпюры максимальных продольных и касательных напряжений: *a* — ξ = 12 600 МПа; *b* — ξ = 1260 МПа; *c* — ξ = = 126 МПа; *d* — ξ = 12 МПа; *e* — ξ = 12 кПа

Fig. 5. Epures of maximum longitudinal and tangential stresses: *a* — ξ = 12,600 MPa; *b* — ξ = 1,260 MPa; *c* — ξ = 126 MPa; *d* — ξ = 12 MPa; *e* — ξ = 12 kPa

ниях коэффициента жесткости шва отличия нашего решения от ТСС не превышают 5 %. При малых значениях ξ к результатам стоит относиться с осторожностью. Необходимо указать на еще одно ограничение применения предлагаемого подхода. Это случай, когда модули упругости слоев значительно отличаются друг от друга. Во втором варианте компоновки поперечного сечения при одинаковой высоте всех слоев значение модуля упругости крайних слоев отличалось от остальных в два раза (результаты расчета представлены в табл. 2). По предварительной оценке авторов упрощенный подход может быть использован для случаев, когда значения модулей упругости отличаются не более чем на 50 %.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Ржаницын А.Р.* Составные стержни и пластинки. М. : Стройиздат, 1986. 314 с.

2. *Дроздов П.Ф.* Конструирование и расчет несущих систем многоэтажных зданий и их элементов : учебное пособие. М. : Стройиздат, 1977. 223 с.

3. *Линович Л.Е.* Расчет и конструирование частей гражданских зданий. К. : Будівельник, 1972. 663 с.

4. *Подольский Д.М.* Пространственный расчет зданий повышенной этажности. М. : Стройиздат, 1975. 158 с.

5. *Подольский Д.М., Байнатов Ж.Б.* Выбор расчетных моделей диафрагм жесткости многоэтажных зданий на основе экспериментальных исследований // Строительная механика и расчет сооружений. 1978. № 1. С. 41–48.

6. *Багитова С.Ж., Байнатов Ж.Б., Танжариков Б., Сисембина К.* Методика расчета многоэтажных каркасных зданий с диафрагмами жесткости // Наука и техника Казахстана. 2014. № 1–2. С. 17–22. EDN YMYOSM.

7. *Байнатов Ж.Б., Багитова С.Ж., Танжариков Б., Даукенова А.* Влияние податливости перекрытий на прочность многоэтажных каркасных зданий // Наука и техника Казахстана. 2014. № 1–2. С. 22–27. EDN YMYOSV.

8. *Притыкин А.И.* Концентрация напряжений в балках с одним рядом шестиугольных вырезов // Вестник МГСУ. 2009. № 1. С. 118–121. EDN KYTCGN.

9. *Притыкин А.И., Притыкин И.А.* Применение теории составных стержней к определению деформаций перфорированных балок // Вестник МГСУ. 2009. № 4. С. 177–181. EDN KZHBUV.

10. *Притыкин А.И., Емельянов К.А.* Определение прогибов балок с ромбовидной перфорацией стенки // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. № 7 (118). С. 814–823. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.7.814-823

11. *Притыкин А.И.* Prediction of the castellated beams deflections // Вестник МГСУ. 2022. Т. 17. № 9. С. 1160–1174. DOI: 10.22227/1997-0935.2022.9.1160-1174

12. *Картопольцев В.М., Балашов Е.В.* К вопросу исследования напряженно-деформированного состояния совместной работы сквозных балок с железобетонной плитой на металлическом поддоне // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2004. № 1 (9). С. 169–178. EDN JUCXUF.

13. *Уткин В.А., Синиговская Н.В.* Исследование несущей способности составных прогонов из бревен с соединениями на глухих цилиндрических нагелях, защемленных в стальных пластинах // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. 2016. № 5 (51). С. 134–144. EDN XQRQOX.

14. *Уткин В.А., Готовцев И.И.* Применение гребенчатых упоров для объединения железобетонной плиты и дощато-гвоздевой конструкции пролетного строения моста // Вестник Сибирского государствен-

ного автомобильно-дорожного университета. 2020. Т. 17. № 3 (73). С. 414–427. DOI: 10.26518/2071-7296-2020-17-3-414-427. EDN JZVZVV.

15. *Уткин В.А., Кобзев П.Н., Шатунова Е.Г.* Учет взаимодействия продольных сил и изгибающих моментов в расчетах составных прогонов из бревен // Вестник Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета. 2020. Т. 17. № 1 (71). С. 136–149. DOI: 10.26518/2071-7296-2020-17-1-136-149. EDN UEIZYN.

16. *Краснощёков Ю.В.* Применение модели составного стержня для расчета деревоплиты из склеенных досок // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. 2009. № 4 (14). С. 28–32. EDN PBOJWX.

17. *Лабудин Б.В., Попов Е.В., Ощепкова Е.С., Сотилов В.В., Русланова А.В., Фукалов А.А.* Влияние разрывов (стыков) в обшивке на напряженно-деформированное состояние плитно-ребристых деревокомпозитных панелей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 6. С. 439–451. DOI: 10.22363/1815-5235-2020-16-6-439-451. EDN WQVROM.

18. *Сафин Д.Р., Хасанов Р.Р.* Экспериментальные значения коэффициента жесткости гвоздевых соединений // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2006. № 2 (6). С. 69–70. EDN KBDZXH.

19. *Линьков В.И.* Моделирование работы деревянных балок составного сечения на податливых связях с применением теории составных стержней А.Р. Ржаницына // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. № 5 (238). С. 30–35. EDN OJYOIZ.

20. *Король Е.А.* Трехслойные ограждающие железобетонные конструкции из легких бетонов и особенности их расчета. М. : Изд-во АСВ, 2001. 256 с. EDN TSSGZD.

21. *Фардиев Р.Ф., Ашрапов А.Х.* Применение теории составных стержней к определению характера распределения напряжений в поперечном сечении усиленного внецентренно сжатого элемента // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2015. № 4 (34). С. 363–369. EDN SVMISA.

22. *Колчунов В.И., Марьенков Н.Г., Омельченко Е.В., Тугай Т.В., Бухтиярова А.С.* Методика определения жесткости плосконапряженных и стержневых железобетонных составных конструкций при сейсмических воздействиях // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 2. С. 12–15. EDN RWGCJD.

23. *Балушкин А.Л.* Железобетонные конструкции с различными способами фиксации арматурных элементов // Умные композиты в строительстве. 2021. Т. 2. № 3. С. 7–20. DOI: 10.52957/27821919_2021_3_7 EDN VNCQXP.

24. *Савин С.Ю.* Устойчивость внецентренно сжатых железобетонных элементов при особых воздействиях с учетом деформаций сдвига // Вестник МГСУ. 2021. Т. 16. № 1. С. 49–58. DOI: 10.22227/1997-0935.2021.1.49-58

25. *Федоров В.С., Баширов Х.З., Колчунов В.И.* Элементы теории расчета железобетонных составных конструкций // Academia. Архитектура и строительство. 2014. № 2. С. 116–118. EDN SNDSHP.

26. *Федоров В.С., Баширов Х.З.* Расчетная модель сопротивления сдвигу составного железобетонного стержня // Academia. Архитектура и строительство. 2017. № 1. С. 109–111. EDN YMQVQP.

27. *Стрельцов Д.Ю., Тарасов М.А.* Влияние трещин на напряженное состояние деревянных балок // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. 2003. № 2–3. С. 27–34. EDN ICGPNZ.

28. *Леонтьев А.Н., Леонтьева И.Г.* Расчет бесконечно длинной составной балки, расположенной на упругом основании // Вестник МГСУ. 2010. № 4. С. 167–172. EDN RTSCWL.

29. *Атаров Н.М., Леонтьев А.Н., Леонтьева И.Г.* Изгиб составной балки, расположенной на упругом основании // Вестник МГСУ. 2011. № 4. С. 212–216. EDN OWCOJD.

30. *Филатов В.В., Кужин Б.Ф., Тхи Линь Куен Хоанг.* Расчет двухслойной составной балки, свободно лежащей на упругом основании // Вестник МГСУ. 2020. Т. 15. № 12. С. 1685–1692. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.12.1685-1692

31. *Габбасов Р.Ф., Филатов В.В.* Численный метод расчета составных стержней и пластин с абсолютно жесткими поперечными связями : монография. М. : Издательство АСВ, 2014. 200 с. EDN VOCOZX.

32. *Newmark N.M., Siess C.P., Viest I.M.* Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction // Proceedings of the Society of Experimental Stress Analysis. 1951. Vol. 9. Issue 1. Pp. 75–92.

33. *Girhammar U.A., Gopu V.K.A.* Composite Beam-Columns with Interlayer Slip — Exact Analysis // Journal of Structural Engineering. 1993. Vol. 119. Issue 4. Pp. 1265–1282. DOI: 10.1061/(asce)0733-9445(1993)119:4(1265)

34. *Schnabl S., Saje M., Turk G., Planinc I.* Analytical solution of two-layer beam taking into account interlayer slip and shear deformation // Journal of Structural Engineering. 2007. Vol. 133. Issue 6. Pp. 886–895. DOI: 10.1061/(asce)0733-9445(2007)133:6(886)

35. *Xu R., Wu Y.* Static, dynamic, and buckling analysis of partial interaction composite members using Timoshenko's beam theory // International Journal of Mechanical Sciences. 2007. Vol. 49. Issue 10. Pp. 1139–1155. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2007.02.006

36. *Xu R., Wu Y.F.* Two-dimensional analytical solutions of simply supported composite beams with interlayer slips // International Journal of Solids and Structures. 2007. Vol. 44. Issue 1. Pp. 165–175. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2006.04.027

37. *Goodman J.R., Popov E.P.* Layered beam systems with interlayer slip // Journal of the Structural Division. 1968. Vol. 94. Issue 11. Pp. 2535–2547. DOI: 10.1061/jsdeag.0002116

38. *Chui Y.H., Barclay D.W.* Analysis of three-layer beams with non-identical layers and semi-rigid connections // Canadian Journal of Civil Engineering. 1998. Vol. 25. Issue 2. Pp. 271–276. DOI: 10.1139/l97-093

39. *Schnabl S., Planinc I., Saje M., Cas B., Turk G.* An analytical model of layered continuous beams with partial interaction // Structural Engineering and Mechanics. 2006. Vol. 22. Issue 3. Pp. 263–278. DOI: 10.12989/sem.2006.22.3.263

40. *Ranzi G.* Short- and long-term analyses of composite beams with partial interaction stiffened by a longitudinal plate // Steel and Composite Structures. 2006. Vol. 6. Issue 3. Pp. 237–255. DOI: 10.12989/scs.2006.6.3.237

41. *Ranzi G., Gara F., Ansourian P.* General method of analysis for composite beams with longitudinal and transverse partial interaction // Computers & Structures. 2006. Vol. 84. Issue 31–32. Pp. 2373–2384. DOI: 10.1016/j.compstruc.2006.07.002

42. *Ranzi G.* Locking problems in the partial interaction analysis of multi-layered composite beams // Engineering Structures. 2008. Vol. 30. Issue 10. Pp. 2900–2911. DOI: 10.1016/j.engstruct.2008.04.006

43. *Heinisuo M.* An exact finite element technique for layered beams // Computers & Structures. 1988. Vol. 30. Issue 3. Pp. 615–622. DOI: 10.1016/0045-7949(88)90297-0

44. *Gattesco N.* Analytical modeling of nonlinear behavior of composite beams with deformable connection // Journal of Constructional Steel Research. 1999. Vol. 52. Issue 2. Pp. 195–218. DOI: 10.1016/s0143-974x(99)00026-7

45. *Gara F., Ranzi G., Leoni G.* Displacement-based formulations for composite beams with longitudinal slip and vertical uplift // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2006. Vol. 65. Issue 8. Pp. 1197–1220. DOI: 10.1002/nme.1484

46. *Da Silva A.R., Sousa J.B.M.* A family of interface elements for the analysis of composite beams with interlayer slip // Finite Elements in Analysis and Design. 2009. Vol. 45. Issue 5. Pp. 305–314. DOI: 10.1016/j.finel.2008.10.007

47. *Sousa J.B.M., da Silva A.R.* Nonlinear analysis of partially connected composite beams using interface elements // Finite Elements in Analysis and Design. 2007. Vol. 43. Issue 11–12. Pp. 954–964. DOI: 10.1016/j.finel.2007.06.010

48. *Sousa J.B.M., da Silva A.R.* Analytical and numerical analysis of multilayered beams with interlayer slip // Engineering Structures. 2010. Vol. 32. Issue 6. Pp. 1671–1680. DOI: 10.1016/j.engstruct.2010.02.015

49. *Krawczyk P., Frey F., Zielińsky A.P.* Large deflections of laminated beams with interlayer slips // Engineering Computations. 2007. Vol. 24. Issue 1. Pp. 17–32. DOI: 10.1108/02644400710718556

50. *Krawczyk P., Rebora B.* Large deflections of laminated beams with interlayer slips // Engineering Computations. 2007. Vol. 24. Issue 1. Pp. 33–51. DOI: 10.1108/02644400710718565

51. *Tahmoorian F., Nemati S., Sharafi P., Samali B., Khakpour S.* Punching behaviour of foam filled modular sandwich panels with high-density polyethylene skins // Journal of Building Engineering. 2021. Vol. 33. P. 101634. DOI: 10.1016/j.jobe.2020.101634

52. *Gombeda M.J., Naito C.J., Quiel S.E.* Flexural performance of precast concrete insulated wall panels with various configurations of ductile shear ties // Journal of Building Engineering. 2021. Vol. 33. P. 101574. DOI: 10.1016/j.jobe.2020.101574

53. *Elumalai E.S., Krishnaveni G., Sarath Kumar R., Dominic Xavier D., Kavitha G., Seralathan S. et al.* Buckling analysis of stiffened composite curved panels // Materials Today: Proceedings. 2020. Vol. 33. Pp. 3604–3611. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.05.662

54. *Baszen M.* Semi-rigid behavior of joints in wood light-frame structures // Procedia Engineering. 2017. Vol. 172. Pp. 88–95. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.02.022

55. *Naik R.K., Panda S.K., Racherla V.* A new method for joining metal and polymer sheets in sandwich panels for highly improved interface strength // Composite Structures. 2020. Vol. 251. P. 112661. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112661

Поступила в редакцию 26 сентября 2024 г.
Принята в доработанном виде 27 октября 2024 г.
Одобрена для публикации 27 октября 2024 г.

Об авторах: **Владимир Владимирович Филатов** — доктор технических наук, доцент, профессор кафедры строительной и теоретической механики; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; SPIN-код: 4433-9609, Scopus: 57194451687, ResearcherID: AAZ-8347-2021, ORCID: 0000-0002-4329-4403; stroitmeh@mgsu.ru;

Тхи Линь Куен Хоанг — аспирантка кафедры строительной и теоретической механики; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; hoanglinhquyen@gmail.com.

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. Rzhanitsyn A.R. *Composite rods and plates.* Moscow, Stroyizdat, 1986; 314. (rus.).
2. Drozdov P.F. *Design and calculation of load-bearing systems of multi-storey buildings and their elements : textbook.* Moscow, Stroyizdat, 1977; 223. (rus.).
3. Linovich L.E. *Calculation and design of parts of civil buildings.* Kyiv, Budivelnik, 1972; 664. (rus.).
4. Podolsky D.M. *Spatial calculation of high-rise buildings.* Moscow, Stroyizdat, 1975; 158. (rus.).
5. Podolsky D.M., Baynatov Zh.B. Selection of calculation models of rigidity diaphragms of multi-story buildings based on experimental studies. *Structural Mechanics and Calculation of Structures.* 1978; 1:41-48. (rus.).
6. Bagitova S.Zh., Baynatov Zh.B., Tanzharikov B.K., Sissembina K.S. Calculation of the multistory frame buildings diaphragm stiffness. *Science and Technology of Kazakhstan.* 2014; 1-2:17-22. EDN YMYOSM. (rus.).
7. Baynatov Zh.B., Bagitova S.Zh., Tanzharikov B.K., Daukenova A.N. Influences of the pliability of overlappings on the durability of multistoried frame buildings. *Science and Technology of Kazakhstan.* 2014; 1-2:22-27. EDN YMYOSV. (rus.).
8. Pritykin A.I. Stress concentration in beams with one row of hexagonal cutouts. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2009; 1:118-121. EDN KYTCGN. (rus.).
9. Pritykin A.I., Pritykin I.A. Application of the theory of composite rods to the determination of deformations of perforated beams. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2009; 4:177-181. EDN KZHBUV. (rus.).
10. Pritykin A.I., Emelianov K.A. Determination of deflections of beams with rhombic perforation of the web. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2018; 13(7):(118):814-823. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.7.814-823 (rus.).
11. Pritykin A.I. Prediction of the castellated beams deflections. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2022; 17(9):1160-1174. DOI: 10.22227/1997-0935.2022.9.1160-1174 (rus.).
12. Kartopoltsev V.M., Balashov E.V. On the issue of studying the stress-strain state of the joint work of through beams with a reinforced concrete slab on a metal pallet. *Journal of Construction and Architecture.* 2004; 1(9):169-178. EDN JUCXUF. (rus.).
13. Utkin V.A., Sinigovskaya N.V. Study of carrying capacity of compound girders made of logs with boundings on deaf cylindrical nog embeded in steel plates. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal.* 2016; 5(51):134-144. EDN XQRQOX. (rus.).
14. Utkin V.A., Gotovtsev I.I. Crested shear connectors application to combine reinforced concrete slab and plank-nailed structure of bridge span. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal.* 2020; 17(3):(73):414-427. DOI: 10.26518/2071-7296-2020-17-3-414-427. EDN JZVZVV. (rus.).
15. Utkin V.A., Kobzev P.N., Shatunova E.G. Compound runs of logs calculation: accounting of longitudinal forces' and bending moments' interaction. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal.* 2020; 17(1):(71):136-149. DOI: 10.26518/2071-7296-2020-17-1-136-149. EDN UEIZYN. (rus.).
16. Krasnoshchekov Yu.V. Application of the composite rod model for calculating wood panels made of glued boards. *The Russian Automobile and Highway Industry Journal.* 2009; 4(14):28-32. EDN PBOJWX. (rus.).
17. Labudin B.V., Popov E.V., Oshchepkova E.S., Sopilov V.V., Ruslanova A.V., Fukalov A.A. Influence of cover splices on the stress-strain state of plate-ribbed wood-composite panels. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings.* 2020; 16(6):439-451. DOI: 10.22363/1815-5235-2020-16-6-439-451. EDN WQVROM. (rus.).
18. Safin D.R., Khasanov R.R. Experimental values of the stiffness coefficient of nail joints. *News of the Kazan State University of Architecture and Engineering.* 2006; 2(6):69-70. EDN KBDZXH. (rus.).
19. Linkov V.I. Modeling the work of wooden beams of composite section on flexible connections using the theory of composite rods of A.R. Rzhanitsyn. *Structural Mechanics and Calculation of Structures.* 2011; 5(238):30-35. EDN OJYOIZ. (rus.).
20. Korol E.A. *Three-layer enclosing reinforced concrete structures made of lightweight concrete and features of their calculation.* Moscow, ASV Publishing House, 2001; 256. EDN TSSGZD. (rus.).
21. Fardiev R.F., Ashrapov A.H. Application of the theory of compound bars for the assessment of stress pattern in the cross section of a strengthened beam column. *News of the Kazan State University of Architecture and Engineering.* 2015; 4(34):363-369. EDN SVMISA. (rus.).
22. Kolchunov V.I., Mar'enkov N. G., Omel'chenko E.V., Tugai T.V., Bukhtiyarova A.S. Methods for determining the stiffness of planar stressed and frame reinforced concrete composite structures under seismic actions. *Industrial and Civil Engineering.* 2014; 2:12-15. EDN RWGCJD. (rus.).
23. Balushkin A.L. Reinforced concrete constructions with different methods of armouring fixing. *Smart Composites in Construction.* 2021; 2(3):7-20. DOI: 10.52957/27821919_2021_3_7. EDN VNCQXP. (rus.).
24. Savin S.Yu. Stability of eccentrically compressed reinforced concrete elements under special impacts with account taken of shear deformations. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2021; 16(1):49-58. DOI: 10.22227/1997-0935.2021.1.49-58 (rus.).

25. Fyodorov V.S., Bashirov H.Z., Kolchunov V.I. Elements of composite reinforced concrete construction calculation theory. *Academia. Architecture and Construction.* 2014; 2:116-118. EDN SNDSHP. (rus.).

26. Fedorov V.S., Bashirov H.Z. Calculated resistance model of composite shear bar. Academia. *Architecture and Construction.* 2017; 1:109-111. EDN YMQVQP. (rus.).

27. Streltsov D.Yu., Tarasov M.A. Influence of cracks on stress condition of wooden beams. *Lesnoy Zhurnal.* 2003; 2-3:27-34. EDN ICGPNZ. (rus.).

28. Leontiev A.N., Leontieva I.G. Analysis of an infinite composite beam located on elastic foundation. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2010; 4:167-172. EDN RTSCWL. (rus.).

29. Atarov N.M., Leontiev A.N., Leontieva I.G. Analysis of an composite beam located on elastic foundation. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2011; 4:212-216. EDN OWCOJD. (rus.).

30. Filatov V.V., Kuzhin B.F., Thi Linh Quyen Hoang. The analysis of a free two-layer composite beam on the elastic foundation. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2020; 15(12):1685-1692. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.12.1685-1692 (rus.).

31. Gabbasov R.F., Filatov V.V. *Numerical method for calculating composite rods and plates with absolutely rigid transverse connections : monograph.* Moscow, ASV Publishing House, 2014; 200. EDN VOCOZX. (rus.).

32. Newmark N.M., Siess C.P., Viest I.M. Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction. *Proceedings of the Society of Experimental Stress Analysis.* 1951; 9(1):75-92.

33. Girhammar U.A., Gopu V.K.A. Composite Beam-Columns with Interlayer Slip — Exact Analysis. *Journal of Structural Engineering.* 1993; 119(4):1265-1282. DOI: 10.1061/(asce)0733-9445(1993)119:4(1265)

34. Schnabl S., Saje M., Turk G., Planinc I. Analytical solution of two-layer beam taking into account interlayer slip and shear deformation. *Journal of Structural Engineering.* 2007; 133(6):886-895. DOI: 10.1061/(asce)0733-9445(2007)133:6(886)

35. Xu R., Wu Y. Static, dynamic, and buckling analysis of partial interaction composite members using Timoshenko's beam theory. *International Journal of Mechanical Sciences.* 2007; 49(10):1139-1155. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2007.02.006

36. Xu R., Wu Y.F. Two-dimensional analytical solutions of simply supported composite beams with interlayer slips. *International Journal of Solids and Structures.* 2007; 44(1):165-175. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2006.04.027

37. Goodman J.R., Popov E.P. Layered beam systems with interlayer slip. *Journal of the Structural Division.* 1968; 94(11):2535-2547. DOI: 10.1061/jsdeag.0002116

38. Chui Y.H., Barclay D.W. Analysis of three-layer beams with non-identical layers and semi-rigid connections. *Canadian Journal of Civil Engineering.* 1998; 25(2):271-276. DOI: 10.1139/l97-093

39. Schnabl S., Planinc I., Saje M., Cas B., Turk G. An analytical model of layered continuous beams with partial interaction. *Structural Engineering and Mechanics.* 2006; 22(3):263-278. DOI: 10.12989/sem.2006.22.3.263

40. Ranzi G. Short- and long-term analyses of composite beams with partial interaction stiffened by a longitudinal plate. *Steel and Composite Structures.* 2006; 6(3):237-255. DOI: 10.12989/scs.2006.6.3.237

41. Ranzi G., Gara F., Ansourian P. General method of analysis for composite beams with longitudinal and transverse partial interaction. *Computers & Structures.* 2006; 84(31-32):2373-2384. DOI: 10.1016/j.compstruc.2006.07.002

42. Ranzi G. Locking problems in the partial interaction analysis of multi-layered composite beams. *Engineering Structures.* 2008; 30(10):2900-2911. DOI: 10.1016/j.engstruct.2008.04.006

43. Heinisuo M. An exact finite element technique for layered beams. *Computers & Structures.* 1988; 30(3):615-622. DOI: 10.1016/0045-7949(88)90297-0

44. Gattesco N. Analytical modeling of nonlinear behavior of composite beams with deformable connection. *Journal of Constructional Steel Research.* 1999; 52(2):195-218. DOI: 10.1016/s0143-974x(99)00026-7

45. Gara F., Ranzi G., Leoni G. Displacement-based formulations for composite beams with longitudinal slip and vertical uplift. *International Journal for Numerical Methods in Engineering.* 2006; 65(8):1197-1220. DOI: 10.1002/nme.1484

46. Da Silva A.R., Sousa J.B.M. A family of interface elements for the analysis of composite beams with interlayer slip. *Finite Elements in Analysis and Design.* 2009; 45(5):305-314. DOI: 10.1016/j.finel.2008.10.007

47. Sousa J.B.M., da Silva A.R. Nonlinear analysis of partially connected composite beams using interface elements. *Finite Elements in Analysis and Design.* 2007; 43(11-12):954-964. DOI: 10.1016/j.finel.2007.06.010.

48. Sousa J.B.M., da Silva A.R. Analytical and numerical analysis of multilayered beams with interlayer slip. *Engineering Structures.* 2010; 32(6):1671-1680. DOI: 10.1016/j.engstruct.2010.02.015

49. Krawczyk P., Frey F., Zielińsky A.P. Large deflections of laminated beams with interlayer slips. *Engineering Computations.* 2007; 24(1):17-32. DOI: 10.1108/02644400710718556

50. Krawczyk P., Rebora B. Large deflections of laminated beams with interlayer slips. *Engineering Computations.* 2007; 24(1):33-51. DOI: 10.1108/02644400710718565

51. Tahmoorian F., Nemati S., Sharafi P., Samali B., Khakpour S. Punching behaviour of foam filled modular sandwich panels with high-density polyethylene skins.

Journal of Building Engineering. 2021; 33:101634. DOI: 10.1016/j.jobe.2020.101634

52. Gombeda M.J., Naito C.J., Quiel S.E. Flexural performance of precast concrete insulated wall panels with various configurations of ductile shear ties. *Journal of Building Engineering.* 2021; 33:101574. DOI: 10.1016/j.jobe.2020.101574

53. Elumalai E.S., Krishnaveni G., Sarath Kumar R., Dominic Xavier D., Kavitha G., Seralathan S. et al. Buckling analysis of stiffened composite curved panels. *Materials Today: Proceedings.* 2020; 33:3604-3611. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.05.662

54. Baszen M. Semi-rigid behavior of joints in wood light-frame structures. *Procedia Engineering.* 2017; 172:88-95. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.02.022

55. Naik R.K., Panda S.K., Racherla V. A new method for joining metal and polymer sheets in sandwich panels for highly improved interface strength. *Composite Structures.* 2020; 251:112661. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112661

Received September 26, 2024.
Adopted in revised form on October 27, 2024.
Approved for publication on October 27, 2024.

BIONOTES: **Vladimir V. Filatov** — Doctor of Technical Sciences, Associated Professor, Professor of the Department of Structural and Theoretical Mechanics; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; SPIN-code: 4433-9609, Scopus: 57194451687, ResearcherID: AAZ-8347-2021, ORCID: 0000-0002-4329-4403; stroitmeh@mgsu.ru;

Thi Linh Quyen Hoang — postgraduate student of the Department of Structural and Theoretical Mechanics; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; hoanglinhquyen@gmail.com.

Contribution of the authors: all authors made an equivalent contribution to the publication.
The authors declare no conflicting interests.