

Формирование расчетных схем групповых прицельных связей для некоторых упругих систем

Ирек Энварович Файзуллин¹, Леонид Семенович Ляхович²,
Павел Алексеевич Акимов³, Заур Рашидович Галаяутдинов²,
Андрей Сергеевич Пляскин²

¹ Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства
Российской Федерации (Минстрой России); г. Москва, Россия;

² Томский государственный архитектурно-строительный университет (ТГАСУ); г. Томск, Россия;

³ Национальный исследовательский Московский государственный строительный
университет (НИУ МГСУ); г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Для некоторых упругих систем с конечным числом степеней свободы масс, у которых направления движения масс параллельны, разработаны методы создания дополнительных связей, введение каждой из которых прицельно увеличивает величину только одной собственной частоты до заданного значения, не изменяет при этом ни одну из остальных собственных частот и ни одну из форм собственных колебаний. Если необходимо прицельно увеличить величины нескольких собственных частот, то это требование можно реализовать созданием соответствующего количества отдельных прицельных связей. Расчетная схема каждой из отдельных прицельных связей должна включать стойки, установленные в узлах приложения масс и направленные по траектории их движения. В некоторых случаях отдельные прицельные связи могут автономно устанавливаться на исходной системе. В большинстве случаев на основе отдельных прицельных связей формируется расчетная схема единой групповой прицельной связи, которая увеличивает все намеченные частоты до заданных значений, не изменяя при этом ни одну из остальных собственных частот и ни одну из форм собственных колебаний.

Материалы и методы. Использовались методы прицельного регулирования спектра частот собственных колебаний упругих систем, основанные на введении дополнительных связей, предложенные и развитые в работах Л.С. Ляховича. В верификационных целях также применяется метод конечных элементов и соответствующее реализующее программное обеспечение.

Результаты. Предложен способ формирования матрицы дополнительных жесткостей, которой соответствует групповая прицельная связь. Сформулированы требования к отдельным прицельным связям, на основе которых формируется групповая прицельная связь. Предложен алгоритм формирования групповых прицельных связей с учетом сформулированных требований. Рассматривается верификация алгоритма формирования групповых прицельных связей с учетом сформулированных требований на базе решения тестовых задач с использованием программных продуктов SCAD и ЛИРА.

Выводы. Результаты работы могут применяться научно-исследовательскими и проектными организациями, а также в образовательных организациях высшего образования при подготовке спецкурсов для строительных специальностей (направлений подготовки).

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: частота собственных колебаний, форма собственных колебаний, отдельная прицельная связь, групповая прицельная связь, коэффициенты дополнительных жесткостей, прицельное регулирование спектра частот, строительные конструкции, упругие системы

Благодарности. Авторы благодарят доктора технических наук, профессора, академика РААСН Владимира Ильича Травуша за обсуждение материала статьи, советы и рекомендации.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Файзуллин И.Э., Ляхович Л.С., Акимов П.А., Галаяутдинов З.Р., Пляскин А.С. Формирование расчетных схем групповых прицельных связей для некоторых упругих систем // Вестник МГСУ. 2025. Т. 20. Вып. 1. С. 60–72. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.1.60-72

Автор, ответственный за переписку: Павел Алексеевич Акимов, AkimovPA@mgsu.ru.

Development of computational schemes of group targeted connections for some elastic systems

Irek E. Faizullin¹, Leonid S. Lyakhovich², Pavel A. Akimov³, Zaur R. Galautdinov²,
Andrey S. Plyaskin²

¹ Ministry of Construction and Housing and Communal Services of the Russian Federation;
Moscow, Russian Federation;

² Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB); Tomsk, Russian Federation;

³ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU);
Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. For some elastic systems with a finite number of degrees of freedom of masses, in which the directions of mass movement are parallel, methods of creating additional connections were developed, the introduction of each of which purposefully increases the value of only one natural frequency to a given value, while not changing any of the other natural frequencies and not one of the natural modes (forms of natural oscillations). If it is necessary to increase the values of several natural frequencies in a targeted manner, then this requirement can be implemented by creating an appropriate number of separate targeted connections. The computational scheme of each of the individual targeted connections should include racks installed at the nodes of mass application and directed along the trajectory of their movement. In some cases, individual targeted connections can be independently installed on the original (initial) system. In most cases, on the basis of individual targeted connections, a computational scheme of a united group targeted connection is developed, which increases all the intended frequencies to the set values, without changing any of the other natural frequencies and not one of the natural modes. Calculation examples are presented.

Materials and methods. Methods of targeted control of the frequency spectrum of natural oscillations of elastic systems are used in the paper. These methods, which are based on the introduction of additional connections, were proposed and developed in the works of L.S. Lyakhovich. For verification purposes, the finite element method (FEM) and the corresponding software are also used.

Results. A method of forming a matrix of additional stiffness, which corresponds to a group targeted connection is proposed. The requirements for those targeted connections, on the basis of which a group targeted connection is formed, are formulated. An algorithm for the development of a group targeted connection is proposed with allowance for the formulated requirements. Verification of the proposed algorithm for the development of a group targeted connection is done with the use of SCAD and Lira Software products.

Conclusions. The results of the work can be used by research and design organizations, as well as in higher education institutions in the preparation of special courses for construction specialties (areas of training).

KEYWORDS: natural frequency, natural mode, targeted connection, group targeted connection, additional stiffness coefficients, targeted frequency spectrum control, building systems, elastic systems

Acknowledgements. The authors thank Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (RAACS) Vladimir Ilyich Travush for discussion of the paper material, advice and recommendations.

FOR CITATION: Faizullin I.E., Lyakhovich L.S., Akimov P.A., Galautdinov Z.R., Plyaskin A.S. Development of computational schemes of group targeted connections for some elastic systems. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2025; 20(1):60-72. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.1.60-72 (rus.).

Corresponding author: Pavel A. Akimov, AkimovPA@mgsu.ru.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–12] для упругих систем с конечным числом степеней свободы масс, у которых направления движения масс параллельны, были сформулированы теоретические подходы и предложены методы формирования расчетных схем прицельных связей. Каждая из них увеличивает значение только одной частоты собственных колебаний до заданной величины, не изменяя при этом ни одну из остальных собственных частот и ни одну из форм собственных колебаний.

Если условия эксплуатации требуют освободить определенный интервал спектра частот собственных колебаний от нескольких из них, то это требование может быть реализовано созданием соответствующего количества отдельных прицельных связей. В каждую из таких отдельных прицельных связей включены основные стойки, установленные в узлах приложения масс и направленные по траектории их движения. В некоторых случаях отдельные прицельные связи могут автономно размещаться на исходной системе.

В данной статье, которая является продолжением исследований [4, 5, 10–12], рассмотрен способ формирования на базе отдельных прицельных свя-

зей расчетной схемы единой групповой прицельной связи, которая увеличивает все намеченные частоты до заданных значений, не изменяя при этом ни одну из остальных собственных частот и ни одну из форм собственных колебаний.

В целом статья направлена на решение актуальных задач строительной отрасли, в том числе в части импортозамещения, повышения производительности труда на основе выполнения прикладных разработок и развития фундаментальных научных исследований, на повышение кадрового потенциала, формирование компетенций по проведению научных исследований национального и мирового уровня, в частности, в рамках Отраслевого консорциума «Строительство и архитектура».

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Так как формирование групповой прицельной связи основано на синтезе отдельных прицельных связей, то требуется обеспечить адекватность параметров каждой отдельной прицельной связи с ее составляющей в составе групповой.

Стержни поясов отдельных прицельных связей сохраняют в групповой связи независимость и свои

параметры. Ключевые стойки, установленные в узлах приложения масс и направленные по траектории их движения, совмещаются. Чтобы параметры основных стоек отдельных прицельных связей были адекватны их параметрам в групповой связи, необходимо при формировании отдельных прицельных связей проектировать жесткости сечений стержней стоек этих связей так, чтобы они зависели бы только от номера стойки и не зависели от номеров отдельных прицельных связей. Пусть $E[i, k]$ $F_{st}[i, k]$ жесткость сечения i -й стойки в k -й прицельной связи. Таким образом, $E[i, k]$ $F_{st}[i, k]$ должны зависеть только от i и не зависеть от k .

Алгоритм действий по формированию расчетной схемы групповой прицельной связи:

1. Формируются отдельные прицельные связи, каждая из которых увеличивает одну из намеченных собственных частот до заданного значения. При этом выполняются все действия [1–12], при которых значения длин всех основных стоек будут одного знака. Также жесткости сечений $E[i, k]$ $F_{st}[i, k]$ должны зависеть только от i и не зависеть от k .

2. Все отдельные прицельные связи размещаются в узлах пластины.

3. На участках, где совместились несколько стоек, оставляется только одна.

4. В местах пересечения стержней вводятся шарниры.

При реализации первого действия алгоритма рассматривается спектр частот собственных колебаний исходной системы с n степенями свободы $\omega[1]$, $\omega[2]$, ..., $\omega[q]$, ..., $\omega[q+j]$, $\omega[q+(j+1)]$, ..., $\omega[n]$, в котором требуется прицельно освободить частотный интервал $\omega[q]$, ..., $\omega[q+j]$ от j частот, увеличив их величины соответственно до значений $\omega[s]$, ..., $\omega[s+j]$, каждое из которых больше чем $\omega[q+j]$.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Покажем реализацию действий алгоритма на примерах из работ [1–12].

На рис. 1, а приведена исходная система. Пластина [13–15] шарнирно оперта по контуру. Толщина пластины 0,12 м. Модуль упругости материала пластины $E = 2,4 \cdot 10^{10}$ Н/м², коэффициент Пуассона $\nu_0 = 0,2$. Масса пластины предельно мала (0,00000001 кг/м³). В узлах пластины расположены массы:

$m[1] = 1000$ кг, $m[2] = 1100$ кг, $m[3] = 1150$ кг, $m[4] = 1200$ кг.

На рис. 1, б показана основная система метода перемещений [1, 3, 6–9].

Коэффициенты уравнений метода перемещений и значения узловых масс образуют матрицы:

$A = \|r[i, k]\|$; $M = \|m[i]\|$. (1)

Величины коэффициентов уравнений метода перемещений приведены в табл. 1.

Корни уравнения:

$|A - \omega^2 M| = 0$. (2)

определяют спектр частот собственных колебаний системы. Частоты и формы собственных колебаний пластины представлены в табл. 2.

Требуется увеличить введением прицельных связей третью собственную частоту до 220 с⁻¹, а четвертую до 230 с⁻¹.

Для дальнейшей реализации первого действия алгоритма для рассматриваемого примера необходимо сформировать две отдельные прицельные связи, одна из которых увеличит третью частоту собственных колебаний до 220 с⁻¹, а другая четвертую до 230 с⁻¹.

В исследованиях [1–12] показано, что создание прицельной обобщенной связи основано на форми-

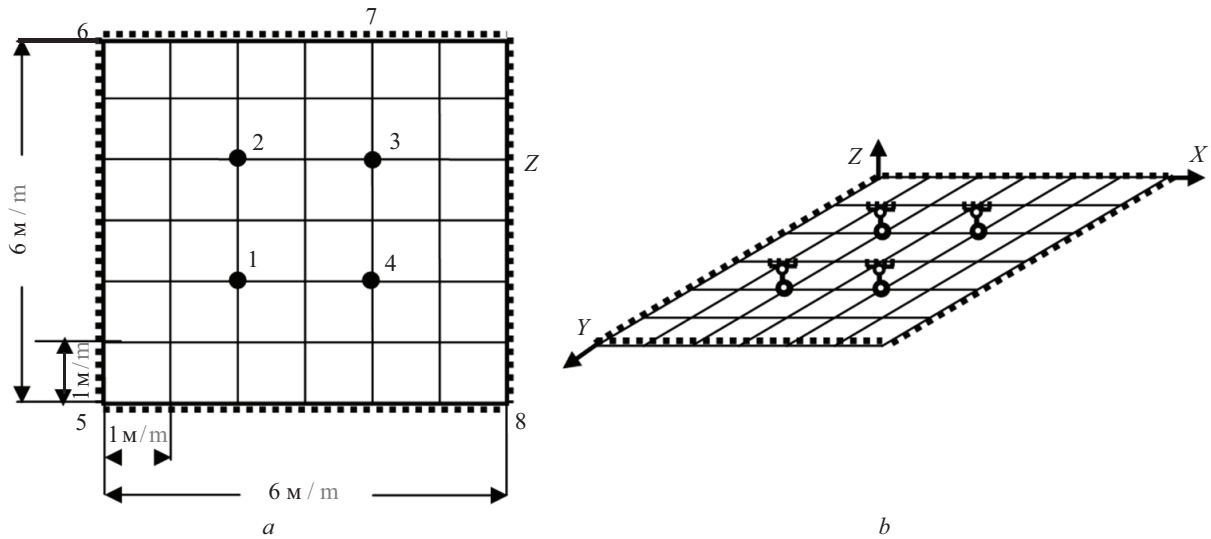


Рис. 1. Рассматриваемая система (пример расчета)
Fig. 1. The system under consideration (calculation example)

Табл. 1. Величины коэффициентов метода перемещений (пример расчета)

Table 1. The values of displacement method coefficients (calculation example)

i, k	1	2	3	4
1	22 758 257,28	–9 604 812,96	585 308,28	–9 604 812,96
2	–9 604 812,96	22 758 257,28	–9 604 812,96	585 308,28
3	585 308,28	–9 604 812,96	22 758 257,28	–9 604 812,96
4	–9 604 812,96	585 308,28	–9 604 812,96	22 758 257,28

Табл. 2. Собственные частоты формы колебаний пластины (пример расчета)

Table 2. The values of displacement method coefficients (calculation example)

ω	60,932	138,865	143,624	196,414
1	0,4905	0,0001	0,7047	–0,5934
2	0,4966	–0,7075	0,0945	0,5167
3	0,5058	–0,0711	–0,7029	–0,4387
4	0,5069	0,7032	0,0190	0,4341

Табл. 3. Значения коэффициентов матрицы дополнительной жесткости, увеличивающей третью частоту собственных колебаний до 220 с^{–1} (пример расчета)

Table 3. The values of the coefficients of the additional stiffness matrix, increasing the third natural frequency to 220 s^{–1} (calculation example)

i, k	1	2	3	4
1	12 829 437,77	1 892 709,01	–14 715 733,27	414 235,72
2	1 892 709,01	279 228,71	–2 170 991,55	61 111,62
3	–14 715 733,27	–2 170 991,55	16 879 368,34	–475 140,26
4	414 235,72	61 111,62	–475 140,26	13 374,81

Табл. 4. Собственные частоты формы колебаний пластины (пример расчета)

Table 4. The natural frequencies and natural modes of the plate (sample of analysis)

ω	60,932	138,865	196,414	220
1	0,4905	0,0001	–0,5934	0,7047
2	0,4966	–0,7075	0,5167	0,0945
3	0,5058	–0,0711	–0,4387	–0,7029
4	0,5069	0,7032	0,4341	0,0190

Табл. 5. Значения коэффициентов матрицы дополнительной жесткости, увеличивающей четвертую частоту собственных колебаний до 230 с^{–1} (пример расчета)

Table 5. The values of the coefficients of the additional stiffness matrix, increasing the third natural frequency to 230 s^{–1} (calculation example)

i, k	1	2	3	4
1	4 613 401,93	–4 418 412,37	3 922 001,78	–4 049 185,23
2	–4 418 412,37	4 231 664,23	–3 756 234,88	3 878 042,80
3	3 922 001,78	–3 756 234,88	3 334 220,22	–3 442 342,97
4	–4 049 185,23	3 878 042,80	–3 442 342,97	3 553 971,95

ровании матрицы коэффициентов дополнительной жесткости:

$$A_0 = \|a_0[i, k]\|_{i,k=1}^n, \tag{3}$$

и приведен порядок их определения.

Значения коэффициентов матрицы дополнительной жесткости, увеличивающей третью частоту собственных колебаний до 220 с^{–1}, приведены в табл. 3.

Корни уравнения:

$$|(A + A_0) - \omega^2 M| = 0 \tag{4}$$

определяют спектр частот и форм собственных колебаний системы, усиленной прицельной связью, повышающей третью частоту собственных колебаний до 220 с^{–1}.

Частоты и координаты форм собственных колебаний представлены в табл. 4.

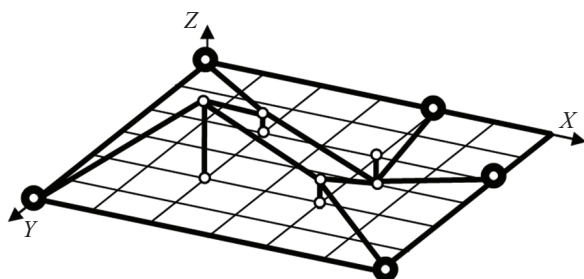


Рис. 2. Общий вид прицельной связи (пример расчета)

Fig. 2. The general appearance of targeted connection (calculation example)

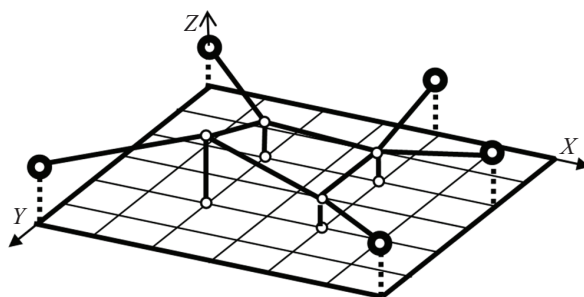


Рис. 3. Общий вид модифицированной прицельной связи (пример расчета)

Fig. 3. The general appearance of modified targeted connection (calculation example)

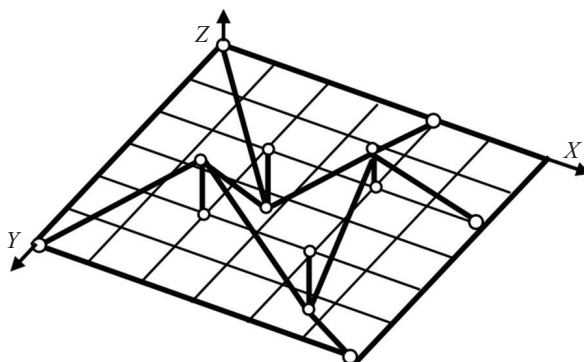


Рис. 4. Общий вид прицельной связи (пример расчета)

Fig. 4. The general appearance of modified targeted connection (calculation example)

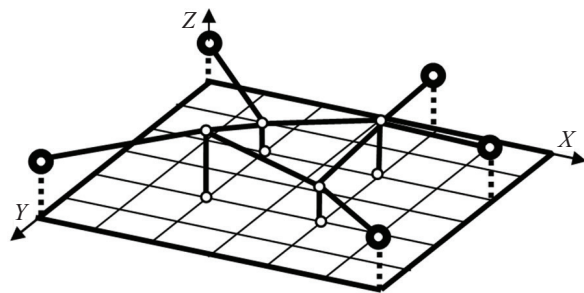


Рис. 5. Общий вид модифицированной прицельной связи (пример расчета)

Fig. 5. The general appearance of modified targeted connection (calculation example)

При формировании расчетной схемы этой прицельной связи длина первой стойки была принята $l_{st}[1] = 0,4$ м, а площадь сечения стержней стоек $F_{st} = 0,004$ м², диаметр $D_{st} = 0,07136496$ м. Площади сечения стержней пояса приняты одинаковыми, а величина их определялась в процессе формирования связи [1–12]. Сечения стержней пояса $F_p = 0,00684$ м², $D_p = 0,0933$ м.

Длины стоек связи равны:

$$l_{st}[1] = 0,4 \text{ м}, l_{st}[2] = 0,09782 \text{ м}, \\ l_{st}[3] = -0,26064 \text{ м}, l_{st}[4] = 0,05770 \text{ м}.$$

Модуль упругости материала стержней связи $E_{sp} = 2,06 \cdot 10^{11}$ Н/м². Длины стоек оказались разных знаков. Поэтому стержни поясов, соединяющих вершины стоек 2–3 и 3–4, должны проходить «сквозь» пластину. Конструктивно такая схема требует идеально свободного «прохождения» части стержней прицельной связи «сквозь» исходную систему, что почти нереализуемо. Общий вид этой прицельной связи показан на рис. 2.

В этих случаях прицельную связь следует сдвинуть по направлению движения масс в положительном или отрицательном направлении на величину, при которой значения всех длин основных стоек будут одного знака.

При выборе величин сдвига необходимо учитывать условия эксплуатации и конструктивные требования при формировании групповой прицельной связи.

В данном примере принята величина сдвига связи на 0,3 м. Соответственно длина первой стойки теперь станет 0,7 м, а площади сечений стоек оставлены $F_{st} = 0,004$ м².

После сдвига длины стоек изменились:

$$l_{st}[1] = 0,7 \text{ м}, l_{st}[2] = 0,39782 \text{ м}, \\ l_{st}[3] = 0,03945 \text{ м}, l_{st}[4] = 0,35770 \text{ м}.$$

Общий вид этой измененной прицельной связи показан на рис. 3.

Отдельная прицельная связь, повышающая четвертую частоту собственных колебаний до 230 с⁻¹, формируется аналогично предыдущей связи. Значения коэффициентов матрицы дополнительной жесткости представлены в табл. 5.

Длина первой стойки задана 0,4 м, а площади сечений стоек приняты $F_{st} = 0,004$ м², т.е. такими же, как и при формировании предыдущей прицельной связи. Площади сечения стержней пояса приняты одинаковыми, величина их определялась в процессе формирования связи [1–12]. Частоты и координаты форм собственных колебаний приведены в табл. 6.

Сечения стержней пояса $F_p = 0,000697$ м², $D_p = 0,02988$ м. Длины стоек этой связи равны:

$$l_{st}[1] = 0,4 \text{ м}, l_{st}[2] = -0,43643 \text{ м}, \\ l_{st}[3] = 0,22436 \text{ м}, l_{st}[4] = -0,38251 \text{ м}.$$

Длины стоек и здесь оказались разных знаков. Общий вид этой прицельной связи показан на рис. 4.

Поэтому прицельную связь следует сдвинуть по направлению движения масс в положительном или отрицательном направлении на величину, при ко-

Табл. 6. Собственные частоты формы колебаний пластины (пример расчета)

Table 6. The values of coefficients of the group matrix of additional stiffness (calculation example)

ω	60,932	138,865	143,624	230
1	0,4905	0,0001	0,7047	-0,5934
2	0,4966	-0,7075	0,0945	0,5167
3	0,5058	-0,0711	-0,7029	-0,4387
4	0,5069	0,7032	0,0190	0,4341

Табл. 7. Значения коэффициентов групповой матрицы дополнительной жесткости (пример расчета)

Table 7. The plan view of the group targeted connection and the numbering of the nodes (calculation example)

i, k	1	2	3	4
1	4 613 401,93	-4 418 412,37	3 922 001,78	-4 049 185,23
2	-4 418 412,37	4 231 664,23	-3 756 234,88	3 878 042,80
3	3 922 001,78	-3 756 234,88	3 334 220,22	-3 442 342,97
4	-4 049 185,23	3 878 042,80	-3 442 342,97	3 553 971,95

торой значения всех длин основных стоек будут одного знака. Общий вид этой измененной прицельной связи показан на рис. 5.

Предположим, что конструктивные ограничения требуют, чтобы в расчетной схеме групповой прицельной связи стержни поясов не пересекались. Поэтому в рассматриваемом случае принята величина сдвига связи на 0,85 м. Теперь:

$$l_{st}[1] = 1,25 \text{ м}, l_{st}[2] = 0,4136 \text{ м}, \\ l_{st}[3] = 1,0744 \text{ м}, l_{st}[4] = 0,4674 \text{ м}.$$

Общий вид этой прицельной связи показан на рис. 5.

После формирования всех отдельных прицельных связей, необходимых для решения поставленной

задачи, можно образовать групповую матрицу коэффициентов дополнительной жесткости. Для этого достаточно суммировать коэффициенты матриц дополнительных жесткостей отдельных прицельных связей.

В рассматриваемом примере суммируются соответствующие коэффициенты табл. 3 и 5. Коэффициенты групповой матрицы дополнительной жесткости приведены в табл. 7.

Если обозначить групповую матрицу дополнительной жесткости $\bar{A}_0$, то корни уравнения:

$$|(A + \bar{A}_0) - \omega^2 M| = 0 \quad (5)$$

определят спектр частот и форм собственных колебаний системы, усиленной групповой прицельной

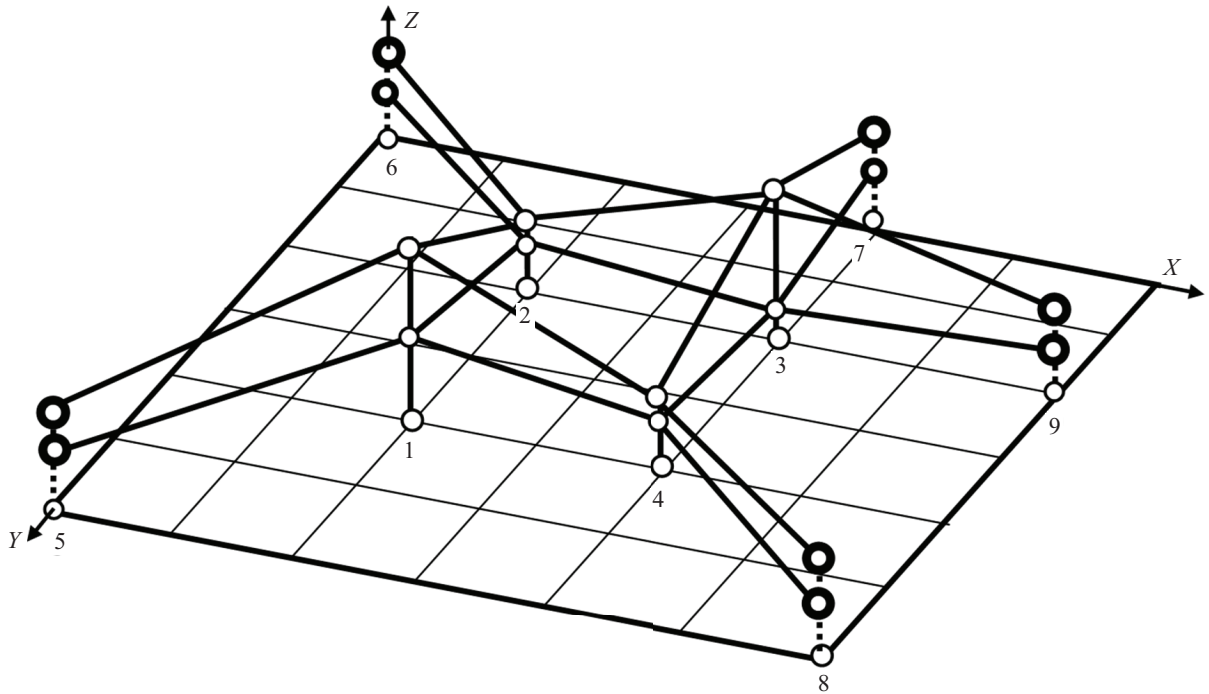


Рис. 6. Общий вид групповой прицельной связи (пример расчета)

Fig. 6. The plan view of the group targeted connection and the numbering of the nodes (calculation example)

Табл. 8. Собственные частоты формы колебаний пластины (пример расчета)

Table 8. The natural frequencies of the plate vibration waveform (calculation example)

ω	60,932	138,865	220	230
1	0,4905	0,0001	0,7047	-0,5934
2	0,4966	-0,7075	0,0945	0,5167
3	0,5058	-0,0711	-0,7029	-0,4387
4	0,5069	0,7032	0,0190	0,4341

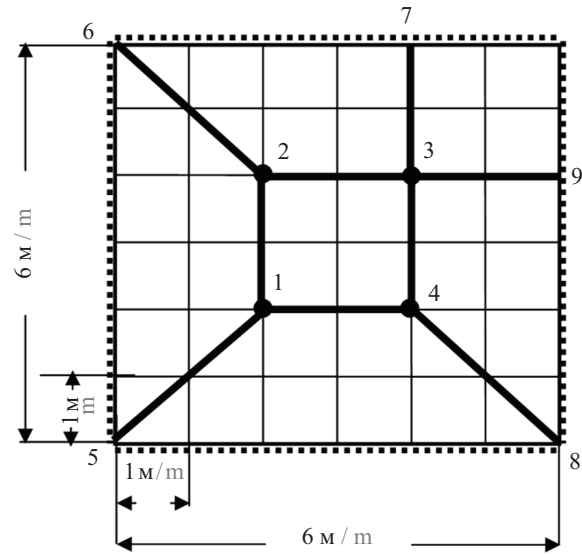


Рис. 7. Вид в плане групповой прицельной связи и нумерация узлов (пример расчета)

Fig. 7. The plan view of the group targeted connection and the numbering of the nodes (calculation example)

связью, повышающей третью частоту собственных колебаний до 220 с⁻¹, а четвертую до 230 с⁻¹. Частоты и координаты форм собственных колебаний представлены в табл. 8.

Реализуя действия 2, 3 и 4 приведенного выше алгоритма, образуем групповую прицельную связь. Общий вид этой связи показан на рис. 6. Вид этой связи в плане и нумерация узлов приведены на рис. 7. Координаты z узлов групповой прицельной связи представлены в табл. 9.

При реализации второго действия алгоритма формирования групповой прицельной связи отдельные прицельные связи размещаются в узлах пластины. При этом на нижних участках связи стойки совмещаются и из них на каждом из этих участков оставляется только одна.

При формировании отдельных прицельных связей жесткости сечений стержней стоек задавались так, чтобы в каждом узле они бы совпадали между собой. Именно это обстоятельство обеспечивает адекватность параметров основных стоек отдельных прицельных связей их параметрам в групповой связи.

Табл. 9. Координаты z узлов групповой прицельной связи (пример)

Table 9. The z coordinates of the nodes of the group targeted connection

Номер узла Number of node	Координаты z Coordinates z	
	Верх Top	Низ Bottom
1	1,25	0,7
2	0,4136	0,3978
3	1,0744	0,03944
4	0,4764	0,3577
5	0,85	0,3
6	0,85	0,3
7	0,85	0,3
8	0,85	0,3
9	0,85	0,3

Проведем тестирование этой групповой прицельной связи на программных продуктах SCAD и ЛИРА [16–25]. Вначале определим частоты и координаты форм собственных колебаний исходной пластины. Результаты теста, представленные в табл. 10, достаточно близки (отличия около одного процента) результатам, приведенным в табл. 2, что подтверждает достоверность исходных данных.

Частоты и координаты форм собственных колебаний, представленные в табл. 8, получены как корни уравнения (5) на основе использования групповой матрицы коэффициентов дополнительной жесткости $\bar{A}_0$ до формирования расчетной схемы групповой прицельной связи.

Частоты и координаты форм собственных колебаний, расчетной схемы групповой прицельной связи, полученные по тесту, представлены в табл. 11. Эти результаты получены тестированием расчетной схемы группой прицельной связи.

Сравнение результатов, приведенных в табл. 10, 11, показывает, что изменились только те частоты, на которые была нацелена групповая связь, а координаты форм собственных колебаний и остальные

Табл. 10. Собственные частоты формы колебаний пластины (пример расчета)

Table 10. The natural frequencies of the plate vibration waveform (calculation example)

ω	60,341	137,618	142,334	194,681
1	0,4903	0,0012	0,7213	−0,5747
2	0,4968	−0,7042	0,0805	0,5212
3	0,5056	0,0721	−0,6879	−0,4586
4	0,5071	0,7063	0,0072	0,4333

Табл. 11. Собственные частоты формы колебаний расчетной схемы групповой прицельной связи (пример расчета)

Table 11. The natural frequencies of the vibration waveform of the design scheme of the group targeted connection (calculation example)

ω	60,341	137,618	219,151	227,946
1	0,4903	0,0012	0,7213	−0,5747
2	0,4968	−0,7042	0,0805	0,5212
3	0,5056	0,0721	−0,6879	−0,4586
4	0,5071	0,7063	0,0072	0,4333

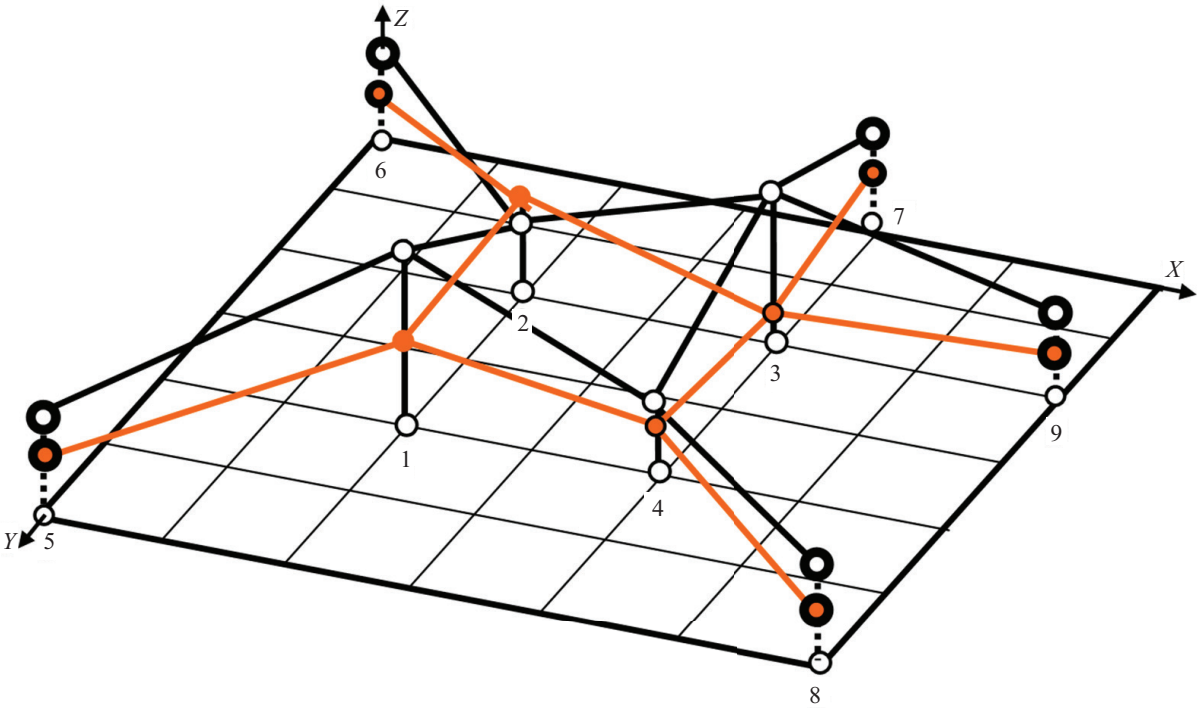


Рис. 8. Общий вид групповой прицельной связи (пример расчета)

Fig. 8. The general appearance of the group targeted connection (calculation example)

частоты остались прежними. Эти результаты теста с достаточной точностью подтверждают «прицельность» групповой связи.

Близость результатов, приведенных в табл. 8 и 11, подтверждает достоверность предложенного подхода.

Рассмотрим случай, когда условия эксплуатации требуют, чтобы длины стоек отдельных прицельных связей были больше 0,08 м. Стойки отдельной при-

цельной связи, повышающей четвертую собственную частоту, соответствуют этому условию. Среди стоек отдельной прицельной связи, повышающей третью собственную частоту:

$$l_{s[3]} = 0,03945 \text{ м} < 0,08 \text{ м},$$

что нарушает поставленное условие. Поэтому сдвиг этой первоначально образованной прицельной связи

Табл. 12. Координаты z узлов групповой прицельной связи (пример расчета)

Table 12. The z coordinates of the nodes of the group targeted connection (calculation example)

Номер узла Node Number	Координаты z / z coordinates	
	Черное / Black	Красное / Red
1	1,25	0,76
2	0,4136	0,4578
3	1,0744	0,0994
4	0,4764	0,4177
5	0,85	0,36
6	0,85	0,36
7	0,85	0,36
8	0,85	0,36
9	0,85	0,36

необходимо увеличить, например, с 0,3 до 0,36 м. Теперь измененные длины принимают значения:

$$l_{st}[1] = 0,76 \text{ м}, l_{st}[2] = 0,4578 \text{ м}, \\ l_{st}[3] = 0,0994 \text{ м}, l_{st}[4] = 0,4177 \text{ м}.$$

Формирование групповой прицельной связи в этом случае реализуется так же, как и в предыдущем, но с учетом изменений параметров отдельной прицельной связи, повышающей третью частоту собственных колебаний. Координаты z узлов групповой прицельной связи приведены в табл. 12. Общий вид этой групповой прицельной связи показан на рис. 8.

В этой групповой связи некоторые стержни поясов пересекаются (в пролетах 1–2, 2–6, 2–3). Узлы, в которых стержни пересекаются, конструктивно реализуемы, но их особенности в данной статье не обсуждаются.

Тестовая проверка расчетной схемы этой групповой связи подтвердила ее прицельность.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрен способ формирования матрицы дополнительных жесткостей, которой соответствует групповая прицельная связь. Сформулированы требования к отдельным прицельным связям, на основе которых формируется групповая прицельная связь. Предложен алгоритм формирования групповых прицельных связей с учетом сформулированных требований. Проведено тестирование предложенного алгоритма на программных продуктах SCAD и ЛИРА [16–25].

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Акимов П.А., Ляхович Л.С. Прицельное регулирование спектра частот собственных колебаний упругих пластин с конечным числом степеней свободы масс путем введения дополнительных обобщенных связей и обобщенных кинематических устройств // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2021. Т. 23. № 4. С. 57–68. DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-57-68. EDN MTJJRS.

2. Гитерман Д.М., Ляхович Л.С., Нудельман Я.Л. Алгоритм создания резонансно-безопасных зон при помощи наложения дополнительных связей // Динамика и прочность машин. 1984. № 39. С. 63–69.

3. Ляхович Л.С. Особые свойства оптимальных систем и основные направления их реализации в методах расчета сооружений : монография. Томск : Издательство ТГАСУ, 2009. 371 с. EDN QNOOHF.

4. Ляхович Л.С., Акимов П.А. О формировании расчетных схем некоторых дополнительных связей для упругих систем. Часть 1. Теоретические основы подхода // Промышленное и гражданское строительство. 2022. № 9. С. 4–10. DOI: 10.33622/0869-7019.2022.09.04-10. EDN GPKYQS.

5. Ляхович Л.С., Акимов П.А., Мешеулов Н.В. О формировании расчетных схем некоторых дополнительных связей для упругих систем. Часть 2. Примеры расчета // Промышленное и гражданское строительство. 2022. № 9. С. 11–19. DOI: 10.33622/0869-7019.2022.09.11-19. EDN DXMYXN.

6. Ляхович Л.С., Малеткин О.Ю. О прицельном регулировании собственных частот упругих систем // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1990. № 1. С. 113–117.

7. Нудельман Я.Л., Ляхович Л.С., Гитерман Д.М. О наиболее податливых связях наибольшей жесткости // Вопросы прикладной механики и математики. 1981. С. 113–126.

8. Akimov P.A., Lyakhovich L.S. Aimed Control of the Frequency Spectrum of Eigenvibrations of Elastic Plates with a Finite Number of Degrees of Mass Freedom by Introducing Additional Generalized Kinematic Devices // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2021. Vol. 17. Issue 4. Pp. 181–187. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-4-181-187

9. Lyakhovich L.S., Akimov P.A. Aimed control of the frequency spectrum of eigenvibrations of elastic plates with a finite number of degrees of freedom of masses by superimposing additional constraints // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2021. Vol. 17. Issue 2. Pp. 76–82. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-2-76-82

10. Lyakhovich L.S., Akimov P.A. Formation of Computational Schemes of Additional Targeted Constraints That Regulate the Frequency Spectrum of Natural Oscillations of Elastic Systems with a Finite Number of Degrees of Mass Freedom, the Directions of Movement of Which are Parallel, But Do Not Lie in the Same Plane. Part 1: Theoretical Foundations // International Journal for

Computational Civil and Structural Engineering. 2022. Vol. 18. Issue 2. Pp. 184–192. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-2-184-192

11. *Lyakhovich L.S., Akimov P.A.* Formation of Computational Schemes of Additional Targeted Constraints That Regulate the Frequency Spectrum of Natural Oscillations of Elastic Systems with a Finite Number of Degrees of Mass Freedom, the Directions of Movement of Which are Parallel, But Do Not Lie in the Same Plane. Part 2: The First Sample of Analysis // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2022. Vol. 18. Issue 3. Pp. 137–146. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-3-137-146

12. *Lyakhovich L.S., Akimov P.A., Mescheulov N.V.* Formation of computational schemes of additional targeted constraints that regulate the frequency spectrum of natural oscillations of elastic systems with a finite number of degrees of mass freedom, the directions of movement of which are parallel, but do not lie in the same plane. Part 3. The second sample of analysis and conclusion // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2022. Vol. 18. Issue 4. Pp. 71–81. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-4-71-81

13. *Liu F., Song L., Jiang M.* Space-time generalized finite difference method for solving the thin elastic plate bending under dynamic loading // Engineering Analysis with Boundary Elements. 2022. Vol. 143. Pp. 632–638. DOI: 10.1016/j.enganabound.2022.07.015

14. *Yu Q.* Wavelet-based homotopy method for analysis of nonlinear bending of variable-thickness plate on elastic foundations // Thin-Walled Structures. 2020. Vol. 157. P. 107105. DOI: 10.1016/j.tws.2020.107105

15. *Zhou Y., Huang K.* Static and dynamic stabilities of modified gradient elastic Kirchhoff–Love plates // European Journal of Mechanics — A/Solids. 2024. Vol. 108. P. 105426. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2024.105426

16. *Fialko S.* Parallel finite element solver for multi-core computers with shared memory // Computers & Mathematics with Applications. 2021. Vol. 94. Pp. 1–14. DOI: 10.1016/j.camwa.2021.04.013

17. *Fialko S.* Parallel finite element solver PARFES for the structural analysis in NUMA architecture // Advances

in Engineering Software. 2022. Vol. 174. P. 103290. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2022.103290

18. *Fialko S.* Time history analysis of buildings and structures design models in SCAD software on multicore computers // ECMS 2024 : Proceedings of the 38th ECMS International Conference on Modelling and Simulation. 2024. Pp. 187–193. DOI: 10.7148/2024-0187

19. *Fialko S.* Block Subspace Iteration Method for Structural Analysis on Multicore Computers // Annals of Computer Science and Information Systems. 2022. Vol. 30. Pp. 457–465. DOI: 10.15439/2022F42

20. *Fialko S.Yu., Kabantsev O.V., Perelmuter A.V.* Elasto-plastic progressive collapse analysis based on the integration of the equations of motion // Magazine of Civil Engineering. 2021. № 2 (102). DOI: 10.34910/MCE.102.14. EDN ZVLLVV.

21. *Karpilovsky V., Kriksunov E., Perelmuter A., Yurchenko V.* Analysis and design of structural steel joints and connection: software implementation // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2021. Vol. 17. Issue 2. Pp. 58–66. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-2-57-65

22. *Karpilovsky V.* Finite Elements for the Analysis of Reissner-Mindlin Plates With Joint Interpolation of Displacements and Rotations (JIDR) // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2021. Vol. 17. Issue 3. Pp. 48–62. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-3-48-62

23. *Karpilovsky V.S.* Finite Elements of the Plane Problem of the Theory of Elasticity with Drilling Degrees of Freedom // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2020. Vol. 16. Issue 1. Pp. 48–72. DOI: 10.22337/2587-9618-2020-16-1-48-72

24. *Теплых А.В., Ожогин Р.Б.* Новые возможности SCAD Office 21.1.9.5 // Промышленное и гражданское строительство. 2020. № 4. С. 41–47. DOI: 10.33622/0869-7019.2020.04.41-47. EDN IWCGLR.

25. *Уткина В.Н., Безрукова Е.С.* Исследование устойчивости конструктивной системы высотного общественного здания в программных комплексах ЛИРА-САПР и STARKES // Эксперт: теория и практика. 2020. № 3 (6). С. 69–73. DOI: 10.24411/2686-7818-2020-10028. EDN RPTXNF.

Поступила в редакцию 28 декабря 2024 г.

Принята в доработанном виде 28 декабря 2024 г.

Одобрена для публикации 9 января 2025 г.

ОБ АВТОРАХ: **Ирек Энварович Файзуллин** — кандидат экономических наук, доцент, министр; **Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации**; 119435, г. Москва, ул. Большая Пироговская, д. 23; minstroyrf@minstroyrf.gov.ru;

Леонид Семенович Ляхович — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры строительной механики, академик Российской академии архитектуры и строительных наук (РААСН); **Томский государственный архитектурно-строительный университет (ТГАСУ)**; 634003, г. Томск, Соляная пл., д. 2; lls@tsuab.ru;

Павел Алексеевич Акимов — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информатики и прикладной математики, академик Российской академии архитектуры и строительных наук (РААСН); **Нацио-**

нальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; AkimovPA@mgsu.ru;

Заур Рашидович Галяутдинов — кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой железобетонных и каменных конструкций; **Томский государственный архитектурно-строительный университет (ТГАСУ)**; 634003, г. Томск, Соляная пл., д. 2; gazr@yandex.ru;

Андрей Сергеевич Пляскин — кандидат технических наук, заведующий кафедрой металлических и деревянных конструкций; **Томский государственный архитектурно-строительный университет (ТГАСУ)**; 634003, г. Томск, Соляная пл., д. 2; plyaskinandrei@mail.ru.

Вклад авторов:

Файзуллин И.Э. — введение, анализ актуальности и практической значимости.

Ляхович Л.С. — научное руководство, идея, сбор материала, обработка материала, написание статьи, научное редактирование текста.

Акимов П.А. — дополнительный сбор материала, дополнительная обработка материала, участие в написании статьи, дополнительное редактирование текста.

Галяутдинов З.Р. — верификация разработанного подхода, дополнительный сбор материала, дополнительная обработка материала, участие в написании статьи.

Пляскин А.С. — верификация разработанного подхода, дополнительный сбор материала, дополнительная обработка материала, участие в написании статьи.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. Akimov P.A., Lyakhovich L.S. Precision control for eigen-frequency of elastic plates with finite number of mass degrees of freedom by using additional generalized connections and kinematic devices. *Journal of Construction and Architecture*. 2021; 23(4):57-68. DOI: 10.31675/1607-1859-2021-23-4-57-68. EDN MTJJRS. (rus.).

2. Giterman D.M., Lyakhovich L.S., Nudelman Ya.L. Algorithm for creating resonance-safe zones by imposing additional connections. *Dynamics and Strength of Machines*. 1984; 39:63-69. (rus.).

3. Lyakhovich L.S. *Special properties of optimal systems and the main directions of their implementation in the methods of structural analysis*. Tomsk, Tomsk State University of Architecture and Building, 2009; 371. EDN QNOOHF. (rus.).

4. Lyakhovich L.S., Akimov P.A. About development of computational schemes of some additional constraints for elastic systems. Part 1: theoretical foundations. *Industrial and Civil Engineering*. 2022; 9:4-10. DOI: 10.33622/0869-7019.2022.09.04-10. EDN GPKYQS. (rus.).

5. Lyakhovich L.S., Akimov P.A., Mescheulov N.V. About development of computational schemes of some additional constraints for elastic systems. Part 2: samples of analysis. *Industrial and Civil Engineering*. 2022; 9:11-19. DOI: 10.33622/0869-7019.2022.09.11-19. EDN DXMYXN. (rus.).

6. Lyakhovich L.S., Maletkin O.Ju. On targeted control of natural frequencies of elastic systems. *News of higher educational institutions. Construction*. 1990; 1:113-117. (rus.).

7. Nudelman Ya.L., Lyakhovich L.S., Gitterman D.M. On the most flexible connections of the greatest rigidity.

Questions of Applied Mechanics and Mathematics. 1981; 113-126. (rus.).

8. Akimov P.A., Lyakhovich L.S. Aimed Control of the Frequency Spectrum of Eigenvibrations of Elastic Plates with a Finite Number of Degrees of Mass Freedom by Introducing Additional Generalized Kinematic Devices. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021; 17(4):181-187. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-4-181-187

9. Lyakhovich L.S., Akimov P.A. Aimed control of the frequency spectrum of eigenvibrations of elastic plates with a finite number of degrees of freedom of masses by superimposing additional constraints. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021; 17(2):76-82. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-2-76-82

10. Lyakhovich L.S., Akimov P.A. Formation of Computational Schemes of Additional Targeted Constraints That Regulate the Frequency Spectrum of Natural Oscillations of Elastic Systems with a Finite Number of Degrees of Mass Freedom, the Directions of Movement of Which are Parallel, But Do Not Lie in the Same Plane. Part 1: Theoretical Foundations. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022; 18(2):184-192. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-2-184-192

11. Lyakhovich L.S., Akimov P.A. Formation of Computational Schemes of Additional Targeted Constraints That Regulate the Frequency Spectrum of Natural Oscillations of Elastic Systems with a Finite Number of Degrees of Mass Freedom, the Directions of Movement of Which are Parallel, But Do Not Lie in the Same Plane. Part 2: The First Sample of Analysis. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022; 18(3):137-146. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-3-137-146

12. Lyakhovich L.S., Akimov P.A., Mescheulov N.V. Formation of computational schemes of additional target-ed constraints that regulate the frequency spectrum of natural oscillations of elastic systems with a finite number of degrees of mass freedom, the directions of movement of which are parallel, but do not lie in the same plane. Part 3. The second sample of analysis and conclusion. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022; 18(4):71-81. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-4-71-81
13. Liu F., Song L., Jiang M. Space-time generalized finite difference method for solving the thin elastic plate bending under dynamic loading. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2022; 143:632-638. DOI: 10.1016/j.enganabound.2022.07.015
14. Yu Q. Wavelet-based homotopy method for analysis of nonlinear bending of variable-thickness plate on elastic foundations. *Thin-Walled Structures*. 2020; 157:107105. DOI: 10.1016/j.tws.2020.107105
15. Zhou Y., Huang K. Static and dynamic stabilities of modified gradient elastic Kirchhoff–Love plates. *European Journal of Mechanics — A/Solids*. 2024; 108:105426. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2024.105426
16. Fialko S. Parallel finite element solver for multi-core computers with shared memory. *Computers & Mathematics with Applications*. 2021; 94:1-14. DOI: 10.1016/j.camwa.2021.04.013
17. Fialko S. Parallel finite element solver PARFES for the structural analysis in NUMA architecture. *Advances in Engineering Software*. 2022; 174:103290. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2022.103290
18. Fialko S. Time history analysis of buildings and structures design models in SCAD software on multicore computers. *ECMS 2024: Proceedings of the 38th ECMS International Conference on Modelling and Simulation*. 2024; 187-193. DOI: 10.7148/2024-0187
19. Fialko S. Block Subspace Iteration Method for Structural Analysis on Multicore Computers. *Annals of Computer Science and Information Systems*. 2022; 30:457-465. DOI: 10.15439/2022F42
20. Fialko S.Yu., Kabantsev O.V., Perelmuter A.V. Elasto-plastic progressive collapse analysis based on the integration of the equations of motion. *Magazine of Civil Engineering*. 2021; 2(102). DOI: 10.34910/MCE.102.14. EDN ZVLLVV.
21. Karpilovsky V., Kriksunov E., Perelmuter A., Yurchenko V. Analysis and design of structural steel joints and connection: software implementation. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021; 17(2):58-66. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-2-57-65
22. Karpilovsky V. Finite Elements for the Analysis of Reissner-Mindlin Plates With Joint Interpolation of Displacements and Rotations (JIDR). *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2021; 17(3):48-62. DOI: 10.22337/2587-9618-2021-17-3-48-62
23. Karpilovsky V.S. Finite Elements of the Plane Problem of the Theory of Elasticity with Drilling Degrees of Freedom. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2020; 16(1):48-72. DOI: 10.22337/2587-9618-2020-16-1-48-72
24. Teplikh A.V., Ozhogin R.B. New Features in SCAD Office 21.1.9.5. *Industrial and Civil Engineering*. 2020; 4:41-47. DOI: 10.33622/0869-7019.2020.04.41-47. EDN IWCGLR. (rus.).
25. Utkina V.N., Bezrukova E.S. Investigation of the stability of the structural system of a high-rise public building in the software complexes LIRA-CAD and STARKES. *Expert. Theory and Practice*. 2020; 3(6):69-73. DOI: 10.24411/2686-7818-2020-10028. EDN RPTXNF. (rus.).

Received December 28, 2024.

Adopted in revised form on December 28, 2024.

Approved for publication on January 9, 2025.

B I O N O T E S : **Irek E. Faizullin** — Candidate of Economic Sciences, Associate Professor, Minister; **Ministry of Construction and Housing and Communal Services of the Russian Federation**; 23 Bolshaya Pirogovskaya st., Moscow, 119435, Russian Federation; minstroyrf@minstroyrf.gov.ru;

Leonid S. Lyakhovich — Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Structural Mechanics, Academician of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (RAACS); **Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB)**; 2, Solyanaya st., Tomsk, 634003, Russian Federation; lls@tsuab.ru;

Pavel A. Akimov — Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Applied Mathematics and Computer Sciences, Academician of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (RAACS); **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; AkimovPA@mgsu.ru;

Zaur R. Galautdinov — Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Reinforced Concrete and Stone Structures; **Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB)**; 2, Solyanaya st., Tomsk, 634003, Russian Federation; gazr@yandex.ru;

Andrey S. Plyaskin — Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of Steel and Wooden Structures; **Tomsk State University of Architecture and Building (TSUAB)**; 2, Solyanaya st., Tomsk, 634003, Russian Federation; plyaskinandrei@mail.ru.

Contribution of the authors:

Irek E. Faizullin — introduction, analysis of relevance and practical significance.

Leonid S. Lyakhovich — scientific supervision, idea, collection of materials, processing of materials, writing the article, scientific editing of the text.

Pavel A. Akimov — additional collection of materials, additional processing of materials, participation in writing the article, additional editing of the text.

Zaur R. Galautdinov — verification of the developed approach, additional collection of materials, additional processing of materials, participation in writing the article.

Andrey S. Plyaskin — verification of the developed approach, additional collection of materials, additional processing of materials, participation in writing the article.

The authors declare no conflict of interest.