

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER

УДК 624.046.5

DOI: 10.22227/1997-0935.2025.5.655-666

Вероятностный метод проектирования стальных ферм на заданный уровень надежности и долговечности

Сергей Александрович Соловьев, Олег Евгеньевич Копейкин,
Анастасия Андреевна Соловьева

Вологодский государственный университет (ВоГУ); г. Вологда, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Использование полных вероятностных методов оценки и обоснования уровня надежности строительных конструкций является логичным этапом эволюции текущих подходов, которые называют полувариантными или детерминистическими. Полные вероятностные методы позволяют получить количественную оценку надежности строительных конструкций в виде вероятности отказа, что делает возможным сравнение безопасности эксплуатации различных видов строительных конструкций из разных материалов в одной системе.

Материалы и методы. Применены методы генерации данных на основе статистической информации о случайных параметрах в математических моделях предельного состояния стальных ферм. Преимущество метода генерации данных — простота программной реализации в широко распространенных программных комплексах и устойчивость результата в случае нелинейных моделей предельного состояния и совокупности различных функций распределения вероятностей случайных величин. Также вместо консервативного представления расчетной схемы фермы как последовательной системы из независимых элементов (стержней) предлагается учитывать особенности конструирования стальной фермы и уточнять модели отказов всей системы, что позволит получить более объективную оценку уровня надежности в виде вероятности отказа.

Результаты. На численном примере показана необходимость учета коэффициента вариации прочности стали стержней фермы при анализе надежности, так как даже при выполнении требований к нормативной обеспеченности прочности стали влияние коэффициента вариации на вероятность отказа остается существенным. Оценка вероятности отказа как отдельных стержней фермы, так и фермы в целом как системы дает возможность выполнить технико-экономическое сравнение конструктивных вариантов и оптимизацию технического решения с учетом фактора надежности.

Выводы. Предложенный подход к вероятностному проектированию позволяет выразить количественно уровень надежности стальной фермы, а также спрогнозировать его изменение со временем. Использование вероятностных методов проектирования и анализа надежности строительных конструкций дает возможность более детально исследовать безопасность эксплуатации зданий и сооружений. Применение прямых статистических данных о снеговых нагрузках с метеостанций и о показателях несущей способности элементов с заводов-производителей позволяют получить более экономичное решение за счет уточнения случайных параметров.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: вероятностное проектирование, надежность, ферма, долговечность, безопасность, вероятность отказа, случайные параметры

Благодарности. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-01035 (URL: <https://rscf.ru/project/23-79-01035/>).

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Соловьев С.А., Копейкин О.Е., Соловьева А.А. Вероятностный метод проектирования стальных ферм на заданный уровень надежности и долговечности // Вестник МГСУ. 2025. Т. 20. Вып. 5. С. 655–666. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.5.655-666

Автор, ответственный за переписку: Олег Евгеньевич Копейкин, kopeykinoe@vogu35.ru.

Probabilistic method of designing steel trusses for a given level of reliability and durability

Sergey A. Solovyev, Oleg E. Kopeykin, Anastasia A. Solovyeva
Vologda State University (VSU); Vologda, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. The use of full probabilistic methods for assessing and analyzing the structural reliability level is a logical stage in the evolution of current methods, which are called semi-probabilistic or deterministic. Full probabilistic methods make it possible to obtain a quantitative assessment of the structural reliability in the form of failure probability and to compare the safety of different types of structures made of different materials in one system.

Materials and methods. The paper presents methods of data simulation based on statistical information about random parameters in mathematical models of limit state of steel trusses. The advantage of the method of data simulation is the sim-

plicity of programme realization in widespread programme complexes and stability of the result in the case of nonlinear limit state models and a set of different probability distribution functions of random variables. Also, instead of conservative representation of the design scheme of the truss as a sequential system of independent elements (bars), it is proposed to take into account the peculiarities of steel truss design and to specify the failure models of the whole system, which will allow to obtain a more objective assessment of the structural reliability level in the form of failure probability.

Results. The numerical example shows the necessity of taking into account the coefficient of variation of steel strength of the truss bars in reliability analysis, because even if the requirements to the normative strength of steel are met, the influence of the coefficient of variation on the probability of failure remains significant. Estimation of failure probability of both individual truss bars and the truss as a whole as a system allows to perform technical and economic comparison of design variants and optimization of technical solution taking into account the reliability factor.

Conclusions. The proposed approach to probabilistic design makes it possible to quantitatively express the level of reliability of a steel truss, as well as to predict its change with time. The use of probabilistic methods of designing and analyzing the reliability of structures allows for a more detailed study of the operational safety of buildings and structures. The use of direct statistical data on snow loads from meteorological stations and on the indicators of bearing capacity of elements from manufacturing plants will allow to obtain a more economical solution by specifying random parameters.

KEYWORDS: probabilistic design, reliability, truss, durability, safety, failure probability, random parameters

Acknowledgements. The research was funded by Russian Science Foundation (RSF) No. 23-79-01035 (URL: <https://rscf.ru/en/project/23-79-01035/>).

FOR CITATION: Solovyev S.A., Kopeykin O.E., Solovyeva A.A. Probabilistic method of designing steel trusses for a given level of reliability and durability. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2025; 20(5):655-666. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.5.655-666 (rus.).

Corresponding author: Oleg E. Kopeykin, kopeykinoe@vogu35.ru.

ВВЕДЕНИЕ

Надежность строительных конструкций является ключевым показателем при проектировании, строительстве и эксплуатации зданий и сооружений. На текущий момент надежность строительных конструкций обеспечивается за счет использования коэффициентов надежности (запаса) на основе метода предельных состояний, введенного в 1955 г., согласно которому надежность строительного объекта считается обеспеченной, если выполняются требования (критерии) для всех учитываемых предельных состояний при действии наиболее неблагоприятных сочетаний расчетных нагрузок в течение расчетного срока службы. Такой метод оценки надежности строительного объекта при проектировании или эксплуатации также называют полувероятностным: применяются положения теории вероятностей на отдельных этапах (например, обоснование нормативной прочности материала) с последующим введением коэффициентов надежности (запаса). Количественный показатель надежности в нормах на текущий момент не присутствует. В рамках теории надежности строительных конструкций как фундаментальной науки [1, 2] предлагается измерять надежность в виде вероятности безотказной работы P_s или индекса надежности β . Вычисление этих показателей требует использования полных вероятностных расчетов в проектировании строительных конструкций.

В работе [3] отмечается, что за последние несколько десятилетий были разработаны различные методы для вычисления вероятности отказа строительных конструкций. Существующие методы можно условно разделить на пять категорий: I — методы стохастического моделирования, II — методы асимптотической аппроксимации, III — методы, осно-

ванные на статистических моментах, IV — методы, основанные на сохранении вероятности, V — суррогатные методы.

Методы стохастического моделирования включают прямое моделирование методом Монте-Карло (MCS — Monte Carlo Simulation) и его варианты (например, выборку по важности, моделирование подмножеств, метод латинского гиперкуба и др.) [4]. Преимущество такого подхода заключается в простоте реализации и устойчивости метода при сложных математических моделях предельных состояний и комбинации различных типов распределений вероятностей. Недостаток методов стохастического моделирования состоит в высоких вычислительных затратах, требующих больших компьютерных мощностей, если строительный объект моделируется комплексно с большим числом случайных параметров и моделей отказа.

Методы асимптотической аппроксимации используют асимптотический анализ для аппроксимации известного интеграла вероятности отказа. Наиболее известные подходы в этой категории — метод надежности первого порядка (FORM — First Order Reliability Method) [5] и метод надежности второго порядка (SORM) [6]. Эти методы привлекли значительное внимание исследователей и практиков, а также показали свою эффективность во многих практических приложениях. Тем не менее по-прежнему сложно применять FORM и SORM для решения задач, связанных, например, с высокой нелинейностью математических моделей, комбинацией различных распределений вероятностей и множественными областями отказа.

Методы, основанные на статистических моментах, приближенно оценивают вероятность отказа на основе знания статистических моментов функции предельного состояния. Примерами таких ме-

тодов служат методы моментов четвертого порядка [7] и методы максимальной энтропии, базирующиеся на дробных моментах [8]. Однако методы, основанные на моментах, оценивают статистические моменты с использованием методов численного интегрирования и вводят гипотезу о типе распределения функции предельного состояния, что требует дополнительного анализа численных ошибок при использовании таких методов.

Методы, основанные на сохранении вероятности (probability conservation), также направлены на получение распределения вероятности выходной переменной функции предельного состояния, но базируются на принципе сохранения вероятностей без знания статистических моментов. К таким методам относятся метод эволюции плотности вероятности [9] и метод прямого интеграла вероятности [10].

Чтобы снизить вычислительные затраты, суррогатные методы пытаются построить упрощенную модель (метамодель) в качестве замены исходной сложной функции предельного состояния. Характерным примером в этой группе являются методы кригинга [11]. За последнее десятилетие активные методы обучения привлекли большое внимание в сообществе специалистов по анализу надежности.

Для анализа надежности отдельных конструктивных элементов зданий и сооружений (например, ферм) удобно использовать метод Монте-Карло в связи с простыми моделями отказов, небольшим числом случайных параметров и простой программной реализацией в распространенных математических комплексах. Моделирование методом Монте-Карло также называют методом случайной выборки или в частных случаях — методом статистических испытаний.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В математической формулировке надежность — вероятность наличия у несущего элемента строительной конструкции резерва несущей способности g по заданному критерию предельного состояния:

$$P_s = \Pr(g > 0), \quad (1)$$

где g — функция резерва несущей способности, которую можно выразить как $g = R - S$; R — обобщенная

несущая способность элемента; S — обобщенная нагрузка на элемент.

Также надежность может быть выражена через индекс надежности β :

$$\beta = \frac{m_g}{S_g}, \quad (2)$$

где m_g — математическое ожидание резерва несущей способности; S_g — среднее квадратическое отклонение резерва несущей способности.

Вероятность безотказной работы и соответствующий ей индекс надежности, согласно Еврокоду 0, не обязательно представляют действительные частоты отказов, но используются при проверке нормативных положений и для сравнения уровней надежности конструкций. Фактическая частота разрушений существенно зависит от человеческого фактора, который не учитывается при применении коэффициентов надежности напрямую.

В табл. 1 приведены целевые индексы надежности β в соответствии с Eurocode 0 «Basis of structural design».

Например, для стержня стальной фермы условие резерва несущей способности по критерию прочности по пределу текучести стали можно записать в виде:

$$g = \sigma_y \cdot A - \sum_{i=1}^n N_i(P_i), \quad (3)$$

где σ_y — предел текучести стали; A — площадь поперечного сечения стержня фермы; $\sum_{i=1}^n N_i(P_i)$ — продольное усилие в стержне фермы как сумма продольных усилий от различных узловых нагрузок P_i .

Фактически параметры в выражении (3) представляют собой случайные величины, т.е. в каждой возведенной ферме в анализируемом стержне будет свой запас несущей способности. Случайные величины характеризуются функциями (законами) распределения вероятностей или кумулятивными функциями распределения вероятностей $F_x(x)$ (CDF — Cumulative distribution function). Случайные величины в расчетах надежности строительных конструкций принято обозначать волнистой линией над символом. Площадь поперечного сечения стержня фермы является случайной величиной, зависящей от толщины проката t , высоты h и шири-

Табл. 1. Рекомендуемые минимальные значения β по Eurocode 0

Table 1. Recommended minimum values for β by Eurocode 0

Класс надежности Reliability class	Минимальные значения для β Minimum values for β	
	Годовой базовый период Annual base period	50-летний базовый период 50-year base period
RC3	5,2 (>0,99999)	4,3 (0,99998)
RC2	4,7 (0,99999)	3,8 (0,99993)
RC1	4,2 (0,99998)	3,3 (0,99950)

Примечание: в скобках указаны соответствующие значения вероятности безотказной работы в долях.

Note: The corresponding values of the probability of failure-free operation in fractions are given in brackets.

ны b поперечного сечения, которые также — случайные параметры. С учетом введения случайных параметров резерв несущей способности (3) становится случайной величиной. Вероятность того, что он не окажется меньше нуля при определенном совпадении случайных параметров и будет мерой надежности:

$$P_s = \Pr \left[\left(\tilde{g} = \tilde{\sigma}_y \cdot A(\tilde{t}, \tilde{h}, \tilde{b}) - \sum_{i=1}^n N_i(\tilde{P}_i) \right) > 0 \right]. \quad (4)$$

Аналогично можно записать условие предельного состояния для сжатых стержней фермы по критерию устойчивости [12]:

$$\tilde{g} = \tilde{\sigma}_y \cdot A(\tilde{t}, \tilde{h}, \tilde{b}) \times \left(1,003 - 0,034 \cdot \tilde{\lambda}^2 \cdot \frac{\tilde{\sigma}_y}{\tilde{E}} \right) - \sum_{i=1}^n N_i(\tilde{P}_i), \quad (5)$$

где $\tilde{\lambda}$ — гибкость стержня фермы; $\tilde{E}$ — модуль упругости стержня фермы.

При необходимости в математической модели могут быть учтены изгибающие моменты от расцентровки стержней, а формулы (4) и (5) по аналогии преобразованы для случая сжато-изогнутого элемента.

Вероятность отказа P_f на основе классического метода Монте-Карло определяется как:

$$P_f \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I \left[g(X_j) \leq 0 \right], \quad (6)$$

где N — число генераций случайных величин; $I[\cdot]$ — это функция индикатора, имеющая значение 1, если $I[\cdot]$ равно «истина», и значение 0, если $I[\cdot]$ равно «ложь»; X_j — вектор случайных величин функции предельного состояния g .

Генерация случайных величин по основным законам распределения вероятностей (нормальный, равномерный и т.д.) может быть выполнена, например, в программной среде MathCAD. Однако зачастую функция распределения вероятностей может отличаться от известных распределений или представлять собой модель частично непараметрического р-блока [12]. Генерация базовыми подходами тогда становится невозможной. В этом случае можно использовать метод обратного преобразования Н.В. Смирнова: генерируются N значений равномерно распределенной случайной величины u_i в пределах от $[0; 1]$. Значения случайной величины в виде x_i получают методом обратного преобразования $x_i = F^{-1}(u_i)$.

Табл. 2. Предельные статистические параметры для стали С255

Table 2. Statistical limits for steel C255

v_y	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
m_y , МПа / МПа	268,24	272,96	277,85	282,93	288,18	293,64	299,31
S_y , МПа / МПа	8,05	10,92	13,89	16,98	20,17	23,49	26,94

Известно, что в соответствии с ГОСТ 27751–2014 «Надежность строительных конструкций и оснований» для материалов, прошедших приемочный контроль или сортировку, обеспеченность нормативных значений их прочностных характеристик должна быть не ниже 0,95. Тогда для нормативного значения предела текучести стали (при использовании гипотезы о нормальном распределении вероятностей) справедливо следующее выражение:

$$R_{y,n} = m_y - 1,645 \cdot S_y = m_y - 1,645 \times (m_y \cdot v_y) = m_y \cdot (1 - 1,645 \cdot v_y), \quad (7)$$

где m_y — математическое ожидание предела текучести стали; 1,645 — квантиль Стьюдента для обеспеченности 95 %; S_y — среднеквадратическое отклонение предела текучести стали; v_y — коэффициент вариации предела текучести стали.

Для математической общности обозначим предел текучести стали как случайную величину $\tilde{y}$.

В табл. 2 приведены статистические параметры для стали С255, которые обеспечивают прочность по пределу текучести 255 МПа с вероятностью 95 % при различных коэффициентах вариации.

На рис. 1 представлены графики функций нормального распределения $F_{vy}(y)$ по статистическим параметрам табл. 2.

Пусть X — детерминированное значение напряжения в стальном элементе. Если прочность стали по пределу текучести описывается функциями распределения вероятностей, отмеченными выше, то вероятность безотказной работы может быть вы-

числена по известной формуле $P_s = \Phi \left(\frac{X - m_y}{S_y} \right)$,

где $\Phi(\cdot)$ — значение интегральной функции Лапласа. Вероятность отказа соответственно составляет $P_f = 1 - P_s$. Пусть $X = 242$ МПа. В табл. 3 приведены данные о показателях надежности.

Расчетные значения предела текучести стали получают путем деления нормативного значения на коэффициент надежности по материалу без учета коэффициента вариации. Можно сделать вывод, что даже при выполнении требований по обеспечению нормативной и расчетной прочности стали надежность строительного объекта в количественном выражении будет принимать различные значения вследствие различных коэффициентов вариации. Внедрение полных вероятностных расчетов позволит проводить проектирование строительных конструкций с более углубленным пониманием действительного уровня надежности строительного объекта.

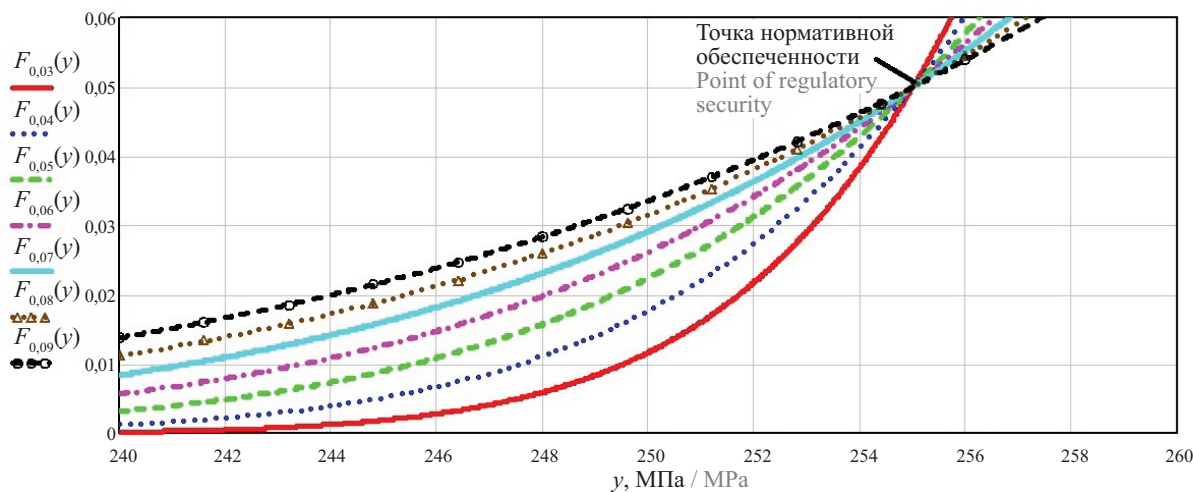


Рис. 1. Графики функций распределения вероятностей по данным табл. 2

Fig. 1. Graphs of cumulative distribution functions according to Table 2 data

Табл. 3. Предельные статистические параметры для стали C255

Table 3. Statistical limits for steel C255

ν_y	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
P_f	$5,6 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$4,9 \cdot 10^{-3}$	$7,7 \cdot 10^{-3}$	0,011	0,014	0,017
β	3,26	2,84	2,58	2,41	2,29	2,20	2,13

В настоящее время моделирование методом Монте-Карло представляется универсальным методом, который может обеспечить решения с высокой точностью отдельных задач в стохастической механике, связанных с высокой нелинейностью, изменчивостью систем, большими вариациями неопределенных параметров и т.д., и который может оценить точность других приближенных методов.

Моделирование методом Монте-Карло по своей сути нуждается в генераторах случайных чисел. Доступные генераторы, как только выбрано одно и то же определенное начальное число, генерируют одну и ту же последовательность псевдослучайных чисел. Это приводит к кажущейся парадоксальной ситуации, в которой случайность кажется повторяемой и, следовательно, вполне детерминированной.

Поскольку для каждой реализации стохастической переменной, функции или поля приходится иметь дело с детерминированным вычислением, сразу становится ясно, что детерминированная механика является краеугольным камнем метода Монте-Карло. В итоге необходимо выбрать одну из конкурирующих детерминистических теорий, вполне очевидно, что для строгого стохастического расчета требуется отличное владение детерминистической механикой.

Как и любой аналитический инструмент, методы Монте-Карло могут давать неверные или недостоверные результаты всякий раз, когда вероятностные предположения ложны или не подтверждены

эмпирически. Разнообразные проблемы являются результатом двух основных видов ошибок:

- 1) использования точных распределений без эмпирического обоснования;
- 2) неправильного моделирования зависимостей между переменными.

Хотя очевидно, что неправильное использование точных распределений и допущений о независимости — это вина аналитика, а не анализа, также справедливо сказать, что анализ методом Монте-Карло, да и теория вероятностей в целом не имели бы большого практического применения без таких допущений.

Как правило, аналитики не должны делать неоправданных предположений только ради удобства вычислений. Оценка рисков не должна быть предварительным расчетом. Все, что известно эмпирически, должно быть изложено в явном виде и, насколько это возможно, не следует делать никаких дополнительных предположений для облегчения расчетов. Всякий раз, когда необходимы дополнительные допущения для решения неразрешимой в противном случае задачи, они должны быть четко сформулированы в описании подхода.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим вероятностный анализ надежности стальной фермы «Молодечно» пролетом 18 м по серии 1.460.3-23.98. Стальные конструкции покрытий производственных зданий из замкнутых гнутосварных профилей прямоугольного сечения пролетом 18, 24 и 30 м с уклоном кровли 10 %. Информаци-

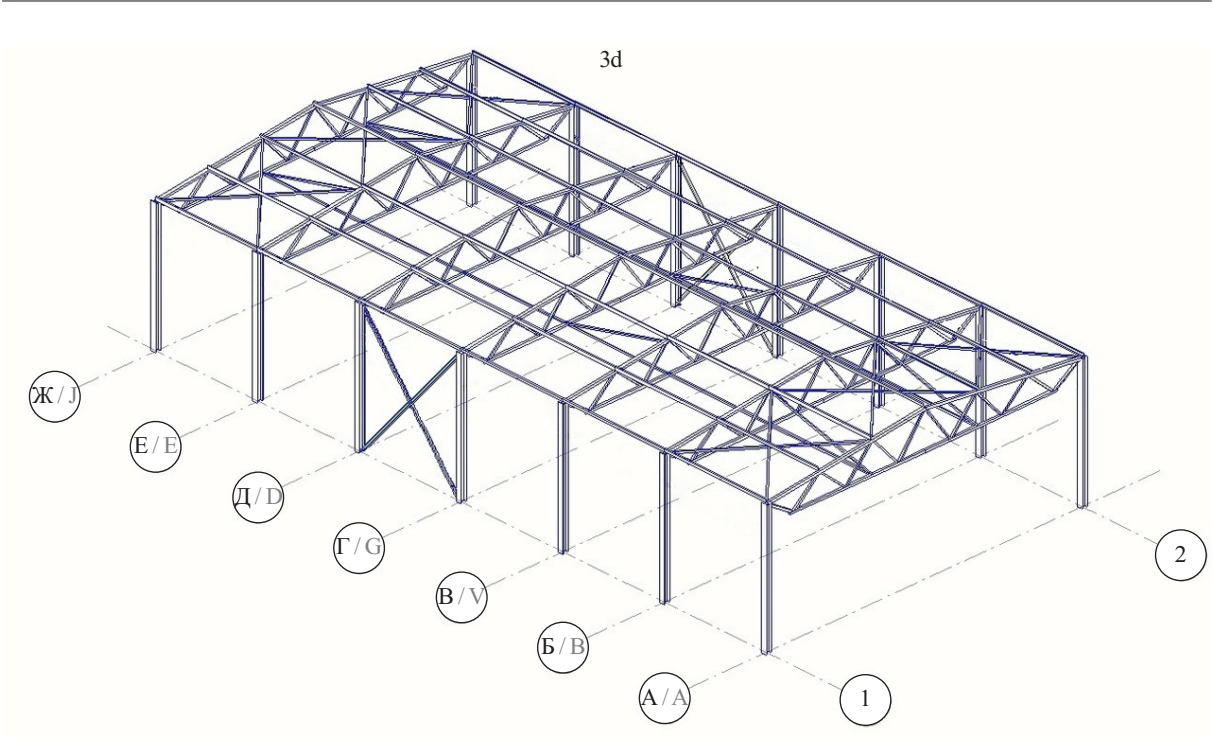


Рис. 2. Информационная модель стального каркаса в Tekla Structures

Fig. 2. Information model of the steel structure in Tekla Structures

онная модель стального каркаса с таким типом ферм показана на рис. 2.

Основной подход к численному моделированию случайных величин и последующему анализу надежности ферм как строительных конструкций основывается на генерации случайных чисел методами Монте-Карло. Для генерации случайных величин

по методу Монте-Карло и вероятностного анализа надежности необходима статистическая информация о случайных величинах (табл. 4). На рис. 3 показаны размеры поперечных сечений стержней фермы.

Если принять границы изменчивости плотности стали [7700; 7900] кг/м³, а изменения площади поперечного сечения стержней в границах, установ-

Табл. 4. Параметры случайных величин

Table 4. Parameters of random variables

Случайная величина Random variable	Распределение вероятностей Probability distribution	Параметры Parameters
Усилия в стержнях фермы от собственного веса Internal forces in the truss from self-weight	Постоянная (детерминированная) величина Constant (deterministic) value	По расчету в SCAD Office при максимальной плотности стали и площади сечения по допускам According to calculation in SCAD Office at maximum steel density and cross-sectional area by tolerances
Узловая нагрузка от веса конструкции покрытия Node load from the weight of the above structure	Нормальное Normal	$m_{p,1} = 535,5 \text{ кг / kg}$; $S_{p,1} = 27,18 \text{ кг / kg}$; $v_{p,1} = 0,05$
Узловая нагрузка от веса прогонов Node load from weight of binding rafters	Равномерное Uniform	$P_2 \in [187,31; 264,74] \text{ кг / kg}$
Нагрузка от веса снегового покрова Snow load	Гумбеля Gumbel	$\alpha = 86,9 \text{ г/м}^2 / \text{kg/m}^2$; $\beta = 28,5 \text{ г/м}^2 / \text{kg/m}^2$
Прочность стали по пределу текучести Yield strength of steel	Нормальное Normal	$m_y = 261,44 \text{ МПа / MPa}$; $S_y = 13,07 \text{ МПа / MPa}$; $v_y = 0,05$
Площади поперечных сечений стержней Cross-section area of the bars	Равномерное Uniform	В пределах допусков по ГОСТ 30245–2012 Within tolerances of GOST 30245–2012

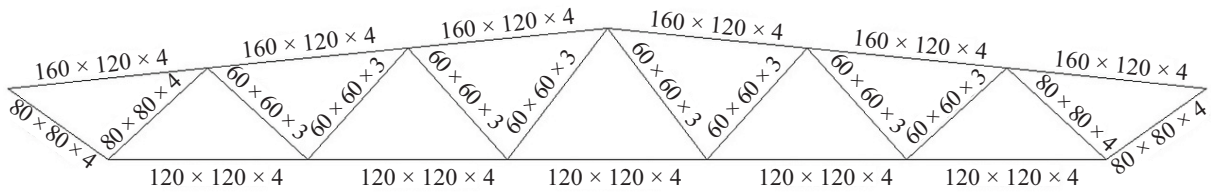


Рис. 3. Размеры поперечных сечений стержней фермы

Fig. 3. Dimensions of the cross sections of the truss bars

ленных ГОСТ 30245–2012 «Профили стальные гнутые замкнутые сварные квадратные и прямоугольные для строительных конструкций», то можно получить максимальный и минимальный допустимый вес погонного метра принятого профиля, а также вычислить максимальный и минимальный возможный вес фермы и соответствующие усилия в стержнях. На рис. 4, а, б показаны расчетные усилия в стержнях фермы от максимального и минимального возможного собственного веса соответственно. На рис. 4, с представлено процентное отношение изменения усилий от собственного веса к расчетным предельным усилиям по серии 1.460.3-23.98.

Изменения усилий в стержнях фермы от собственного веса будут составлять доли процента от расчетных предельных усилий. Для упрощения вероятностного анализа усилия в стержнях фермы от собственного веса будут приняты как постоянные

величины по верхней границе (в небольшой запас надежности).

Снеговая нагрузка — один из главных факторов, определяющих вероятность безотказной работы для многих стальных ферм. Известно [13, 14], что для вероятностного моделирования снеговой нагрузки хорошо подходит распределение Гумбеля (обобщенное распределение экстремальных значений I типа), которое зарекомендовало себя наилучшим образом для аппроксимации климатических параметров нагрузок в нашей стране и за рубежом. Исследование физико-механических свойств снега и снеговых нагрузок в России проводится уже более 120 лет. Характеристики снеговой нагрузки на грунт следует определять на основе наблюдений с метеостанций. Результатами таких наблюдений являются либо водные эквиваленты снега, либо глубина снежного покрова.

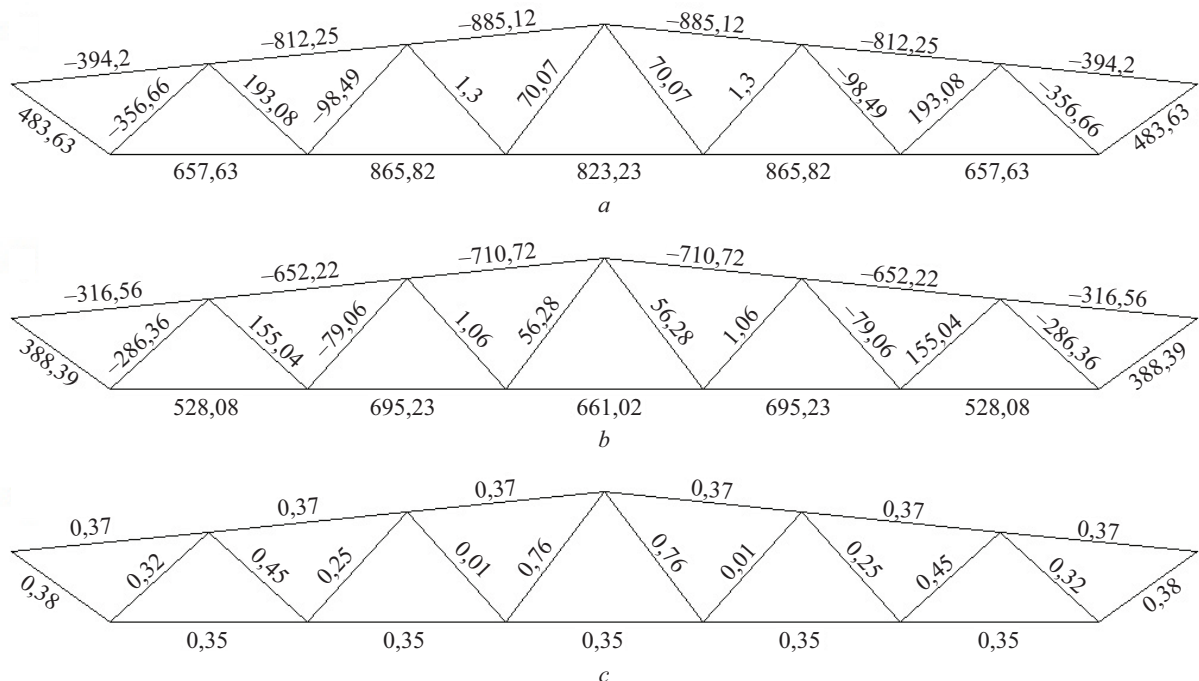


Рис. 4. Расчетные усилия в стержнях фермы от максимального собственного веса, кг (а); расчетные усилия в стержнях фермы от минимального собственного веса, кг (б); отношение разницы отклонений расчетных усилий от собственного веса к расчетным предельным усилиям, % (с)

Fig. 4. Calculated forces in the bars of the truss from the maximum self-weight, kg (a); calculated forces in the bars of the truss from the minimum self-weight, kg (b); ratio of the deviation of the calculated forces from the own weight to the calculated limit forces, % (c)

Рассмотрим статистические данные годовых максимумов запаса воды в снеге по метеостанции 27026 Коробово (вблизи г. Вологда) за период с 1966 по 2018 г. Через приложение Distribution Fitter в программном комплексе MATLAB были подобраны параметры для распределения Гумбеля: $\alpha = 86,9 \text{ кг/м}^2$, $\beta = 28,5 \text{ кг/м}^2$. Статистика Колмогорова – Смирнова для этих параметров составляет $k = 0,0827$ при критическом значении $[k] = 0,1648$. Для нормального распределения статистика Колмогорова – Смирнова составляет $k = 0,1132$, что подтверждает лучшую сходимость эмпирических данных с распределением Гумбеля (рис. 5).

На основе моделей предельного состояния (4) для растянутых стержней и (5) для сжатых стержней был выполнено 1 000 000 генераций случайных величин по статистическим параметрам табл. 4. Надежность стержня измерялась вероятностью отказа по (6). На рис. 6 приведены данные по результатам вероятностного анализа.

Различный уровень вероятности безотказной работы для симметричных стержней левой и правой части фермы обусловлен спецификой метода Монте-Карло, когда при повторении генерации результат имеет некоторую погрешность в пределах установленной точности. В таком случае в расчет следует принимать минимальное значение вероятности безотказной работы, полученное для симметричных стержней.

Шарнирно-стержневая система, например рассматриваемая стропильная ферма, представляет собой статически определимую конструкцию, в которой отказ одного элемента приводит к отказу всей системы. С точки зрения теории надежности строительных конструкций такая система называется последовательной. Надежность последовательной системы в рамках классической теории надежности и теории вероятностей можно вычислить как:

$$P_s = \prod_{i=1}^n P_{s,i}, \tag{8}$$

где n — число элементов в системе; $P_{s,i}$ — вероятность безотказной работы i -го элемента системы.

Однако результат оценки надежности по выражению (8) зачастую получается слишком консервативным. Например, элемент верхнего пояса фермы, как правило, выполняется из единого профиля и ожидать существенных изменений прочности или размеров поперечных сечений по его длине не приходится. Анализ генерации 1 000 000 расчетных ситуаций по методу Монте-Карло также показывает, что одним из главных факторов отказов является снеговая нагрузка. При высоком случайном значении веса снегового покрова происходит отказ сразу нескольких элементов фермы, в то время как формула (8) рассматривает данные события независимо, что занижает общую оценку надежности системы. Надежность фермы как системы по выражению (8) составляет $P_s = 0,99984$.

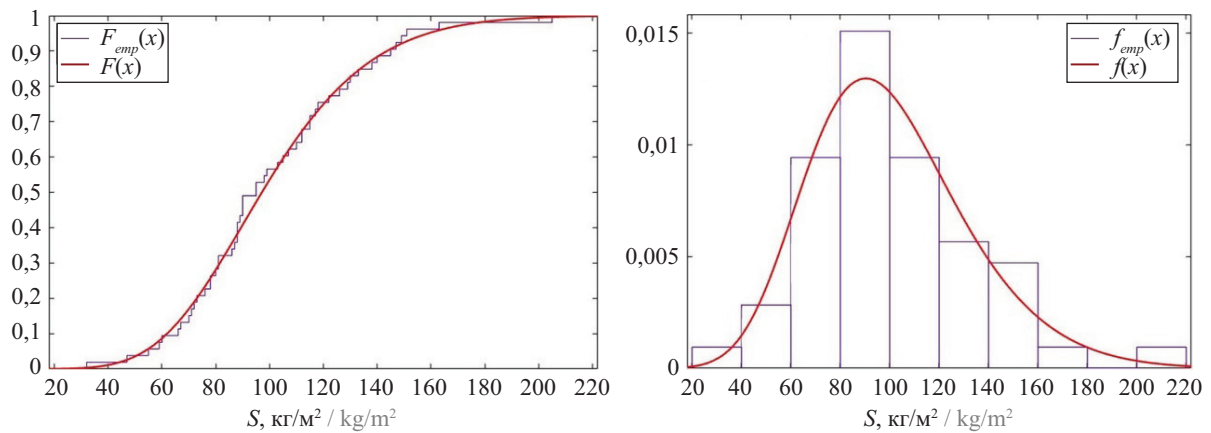


Рис. 5. Графики функции $F(x)$ и плотности $f(x)$ распределения вероятностей по данным табл. 2

Fig. 5. Graphs of cumulative and probability distribution functions according to Table 2 data

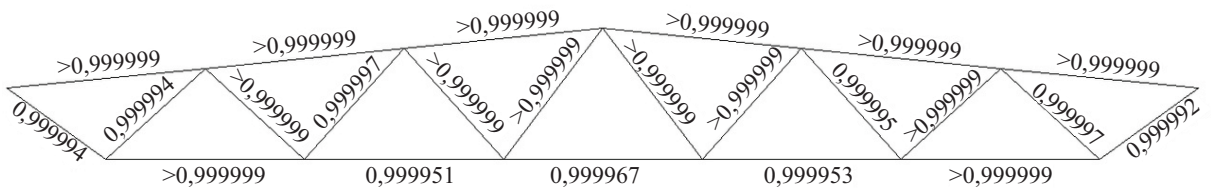


Рис. 6. Вероятность безотказной работы стержней стальной фермы

Fig. 6. No-failure probability for the steel truss bars

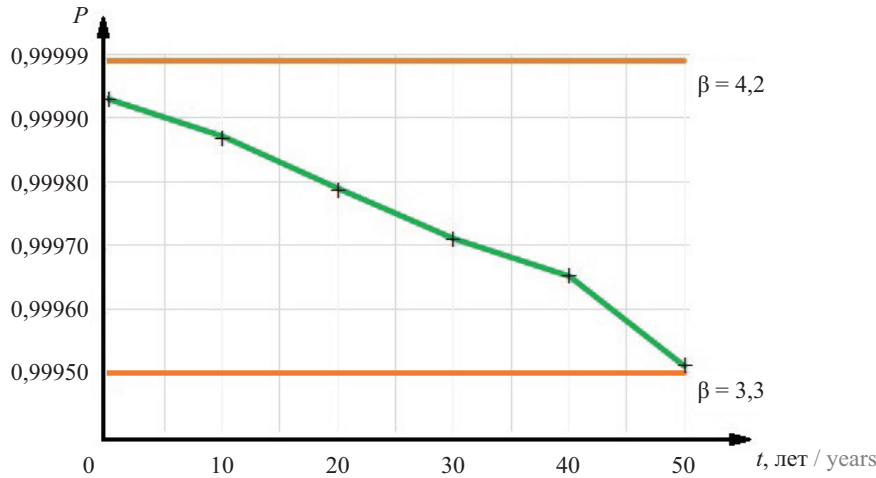


Рис. 7. Прогноз снижения уровня надежности стальной фермы

Fig. 7. The forecast of decrease in the reliability of the steel truss

Для более объективной оценки надежности предлагается наличие группы отказов в одной генерации считать за единый отказ, а общую надежность рассчитывать как отношение количества групп генераций без отказов к общему количеству групп генераций. В таком случае надежность фермы как системы составит $P_s = 0,99993$, что будет более объективной оценкой уровня безопасности. Более подробная информация приведена в работе [15].

Статистические данные для снеговой нагрузки по табл. 1 представлены для годового максимума. Если необходимо рассмотреть максимум за определенный период эксплуатации, то классическая формула распределения вероятностей Гумбеля сводится к виду:

$$F(s) = \exp \left[-\exp \left(\frac{\alpha - s + \beta \ln n}{\beta} \right) \right], \quad (9)$$

где $\alpha = m_s - 0,45\sigma_s$; m_s — математическое ожидание годовых максимумов; $\beta = 0,78 \cdot \sigma_s$; σ_s — среднеквадратическое отклонение годовых максимумов; n — количество лет эксплуатации конструкционного элемента (количество моделируемых годовых максимумов).

Альтернативным вариантом служит коррекция допустимого индекса надежности на заданный срок эксплуатации. В Eurocode 0 отмечается, что когда основным случайным параметром являются воздействия, которые характеризуются годовыми статистическими независимыми максимумами (например, снеговая нагрузка), то для других периодов времени значение β может быть вычислено с помощью следующего выражения:

$$\Phi(\beta_n) = [\Phi(\beta_1)]^n, \quad (10)$$

где β_n — индекс надежности для периода в n лет; β_1 — индекс надежности для периода в один год.

В табл. 1 приведены целевые показатели надежности за годовой и 50-летний периоды. Для прогнозирования надежности стальных ферм необходима

информация об изменении статистических параметров случайных величин со временем эксплуатации строительных конструкций. В труде [16] исследован коэффициент вариации предела текучести стали новых и длительно эксплуатируемых строительных конструкций. Отмечается, что с течением времени коэффициент вариации предела текучести стали возрастает. Установив для прочностных свойств стали зависимость снижения математического ожидания прочности и роста коэффициента вариации с течением времени, можно прогнозировать изменение уровня надежности по представленной выше методике.

Существуют различные модели деградации прочностных свойств стали. Например, в работе [17] указывается линейное снижение среднего предельного напряжения стали и линейный рост среднеквадратического отклонения с течением времени. В публикации [18] представлен алгоритм оценки предельной прочности прямоугольных стальных листов, подвергшихся случайному локализованному коррозионному разрушению.

Пусть ожидаемое значение предела текучести стали снижается на 1 % каждые 10 лет эксплуатации, а коэффициент вариации возрастает в 1,2 раз каждые 10 лет. Повторив статистическую генерацию данных за отчетные периоды, можно проследить изменение уровня надежности фермы с течением времени (рис. 7).

Более подробная информация об учете фактора времени в расчетах надежности строительных конструкций приведена в исследованиях [19–22].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Полные вероятностные методы оценки уровня надежности строительных конструкций являются логичным этапом эволюции текущих подходов, которые называют полувероятностными или детерминистическими. Их использование позволит вы-

полнять технико-экономическое обоснование и оптимизацию проектных решений с учетом показателя уровня надежности.

Описан вероятностный подход к оценке надежности стержней стальной фермы отдельно и фермы в целом как системы. На примере показано, что применение классического подхода для анализа надежности последовательной системы в случае исследования надежности стальных ферм приводит к слишком консервативному результату вследствие независимого представления о работе ее элементов.

Наличие информации об изменении статистических показателей прочности стали со временем позволяет на основе описанной методики прогнозировать изменение уровня надежности с течением нормальной эксплуатации. Представленный подход даст возможность получить более экономичные технические решения, если имеются уточненные данные метеостанций по климатическим нагрузкам и статистические данные завода-производителя металлоконструкций, за счет углубленного подхода к анализу надежности строительных конструкций.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Melchers R.E., Beck A.T. Structural reliability analysis and prediction. Wiley, 2017. DOI: 10.1002/9781119266105
2. Мкртычев О.В., Райзер В.Д. Теория надежности в проектировании строительных конструкций. М. : Издательство ACB, 2016. 905 с. EDN ZCWYKL.
3. Dang C., Faes M.G.R., Valdebenito M.A., Wei P., Beer M. Partially Bayesian active learning cubature for structural reliability analysis with extremely small failure probabilities // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2024. Vol. 422. P. 116828. DOI: 10.1016/j.cma.2024.116828
4. Song C., Kawai R. Monte Carlo and variance reduction methods for structural reliability analysis : a comprehensive review // Probabilistic Engineering Mechanics. 2023. Vol. 73. P. 103479. DOI: 10.1016/j.proengmech.2023.103479
5. Hasofer A.M., Lind N.C. Exact and invariant second-moment code format // Journal of the Engineering Mechanics Division. 1974. Vol. 100. Issue 1. Pp. 111–121. DOI: 10.1061/JMCEA3.0001848
6. Breitung K. Asymptotic approximations for multinormal integrals // Journal of Engineering Mechanics. 1984. Vol. 110. Issue 3. Pp. 357–366. DOI: 10.1061/(asce)0733-9399(1984)110:3(357)
7. Xu J., Dang C. A new bivariate dimension reduction method for efficient structural reliability analysis // Mechanical Systems and Signal Processing. 2019. Vol. 115. Pp. 281–300. DOI: 10.1016/j.ymssp.2018.05.046
8. Xu J., Kong F. Adaptive scaled unscented transformation for highly efficient structural reliability analysis by maximum entropy method // Structural Safety. 2019. Vol. 76. Pp. 123–134. DOI: 10.1016/j.strusafe.2018.09.001
9. Li J., Chen J., Fan W. The equivalent extreme-value event and evaluation of the structural system reliability // Structural Safety. 2007. Vol. 29. Issue 2. Pp. 112–131. DOI: 10.1016/j.strusafe.2006.03.002
10. Li X., Chen G., Cui H., Yang D. Direct probability integral method for static and dynamic reliability analysis of structures with complicated performance functions // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2021. Vol. 374. P. 113583. DOI: 10.1016/j.cma.2020.113583
11. Echard B., Gayton N., Lemaire M. AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation // Structural Safety. 2011. Vol. 33. Issue 2. Pp. 145–154. DOI: 10.1016/j.strusafe.2011.01.002
12. Соловьев С.А., Соловьева А.А. Методы оценки надежности стальных ферм с использованием р-блоков. Вологда : Вологодский государственный университет, 2022. 143 с. EDN YRCMR.
13. Золина Т.В., Садчиков П.Н. Моделирование снеговой нагрузки на покрытие промышленного здания // Вестник МГСУ. 2016. № 8. С. 25–33. EDN WIQRNX.
14. Hong H.P., Ye W. Analysis of extreme ground snow loads for Canada using snow depth records // Natural Hazards. 2014. Vol. 73. Issue 2. Pp. 355–371. DOI: 10.1007/s11069-014-1073-z
15. Соловьева А.А., Соловьев С.А. Вероятностный анализ надежности ферм статистическим генерированием данных // Строительная механика и расчет сооружений. 2023. № 5 (310). С. 2–11. DOI: 10.37538/0039-2383.2023.5.2.11. EDN APKBGO.
16. Вернези Н.Л. Коэффициент вариации предела текучести металла новых и долгое время эксплуатировавшихся строительных конструкций // Безопасность техногенных и природных систем. 2023. Т. 7. № 3. С. 44–54. DOI: 10.23947/2541-9129-2023-7-3-44-54. EDN PJMKNJ.
17. Li S., Xu Y., Zhu S., Guan X., Bao Y. Probabilistic deterioration model of high-strength steel wires and its application to bridge cables // Structure and Infrastructure Engineering. 2015. Vol. 11. Issue 9. Pp. 1240–1249. DOI: 10.1080/15732479.2014.948462
18. Silva J.E., Garbatov Y., Soares C.G. Ultimate strength assessment of rectangular steel plates subjected to a random localised corrosion degradation // Engineering Structures. 2013. Vol. 52. Pp. 295–305. DOI: 10.1016/j.engstruct.2013.02.013
19. Meng D., Lv Z., Yang S., Wang H., Xie T., Wang Z. A time-varying mechanical structure reliability

ity analysis method based on performance degradation // *Structures*. 2021. Vol. 34. Pp. 3247–3256. DOI: 10.1016/j.istruc.2021.09.085

20. Torres M.A., Ruiz S.E. Structural reliability evaluation considering capacity degradation over time // *Engineering Structures*. 2007. Vol. 29. Issue 9. Pp. 2183–2192. DOI: 10.1016/j.engstruct.2006.11.014

21. Wang L., Wang X., Wu D., Xu M., Qiu Z. Structural optimization oriented time-dependent reliabil-

ity methodology under static and dynamic uncertainties // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2018. Vol. 57. Issue 4. Pp. 1533–1551. DOI: 10.1007/s00158-017-1824-z

22. Zhang J., Ma X., Zhao Y. A stress-strength time-varying correlation interference model for structural reliability analysis using copulas // *IEEE Transactions on Reliability*. 2017. Vol. 66. Issue 2. Pp. 351–365. DOI: 10.1109/tr.2017.2694459

Поступила в редакцию 28 августа 2024 г.

Принята в доработанном виде 6 марта 2025 г.

Одобрена для публикации 11 марта 2025 г.

ОБ АВТОРАХ: Сергей Александрович Соловьев — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства, Инженерно-строительный институт; Вологодский государственный университет (ВоГУ); 160000, г. Вологда, ул. Ленина, д. 15; РИНЦ ID: 821778, Scopus: 57215081781, ResearcherID: AAJ-1708-2020; solovevsa@vogu35.ru;

Олег Евгеньевич Копейкин — аспирант, ассистент кафедры промышленного и гражданского строительства, Инженерно-строительный институт; Вологодский государственный университет (ВоГУ); 160000, г. Вологда, ул. Ленина, д. 15; РИНЦ ID: 1253938; kopeykinoe@vogu35.ru;

Анастасия Андреевна Соловьева — аспирант, старший преподаватель кафедры промышленного и гражданского строительства, Инженерно-строительный институт; Вологодский государственный университет (ВоГУ); 160000, г. Вологда, ул. Ленина, д. 15; РИНЦ ID: 1090512, Scopus: 57223210877, ResearcherID: ABG-1982-2021; solovevaana@vogu35.ru.

Вклад авторов:

Соловьев С.А. — научное руководство, концепция исследования, написание исходного текста, итоговые выводы.

Копейкин О.Е. — составление схем и рисунков, расчеты, итоговые выводы.

Соловьева А.А. — доработка текста, подбор литературы, итоговые выводы.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. Melchers R.E., Beck A.T. *Structural reliability analysis and prediction*. Wiley, 2017. DOI: 10.1002/9781119266105

2. Mkrtichev O.V., Rajzer V.D. *Reliability theory in structural design*. Moscow, ASV, 2016; 905. EDN ZCWYKL. (rus.).

3. Dang C., Faes M.G.R., Valdebenito M.A., Wei P., Beer M. Partially Bayesian active learning cubature for structural reliability analysis with extremely small failure probabilities. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2024; 422:116828. DOI: 10.1016/j.cma.2024.116828

4. Song C., Kawai R. Monte Carlo and variance reduction methods for structural reliability analysis: A comprehensive review. *Probabilistic Engineering Mechanics*. 2023; 73:103479. DOI: 10.1016/j.proben-gmech.2023.103479

5. Hasofer A.M., Lind N.C. Exact and invariant second-moment code format. *Journal of the Engineering Mechanics Division*. 1974; 100(1):111-121. DOI: 10.1061/JMCEA3.0001848

6. Breitung K. Asymptotic approximations for multinormal integrals. *Journal of Engineering Mechanics*. 1984; 110(3):357-366. DOI: 10.1061/(asce)0733-9399(1984)110:3(357)

7. Xu J., Dang C. A new bivariate dimension reduction method for efficient structural reliability analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2019; 115:281-300. DOI: 10.1016/j.ymssp.2018.05.046

8. Xu J., Kong F. Adaptive scaled unscented transformation for highly efficient structural reliability analysis by maximum entropy method. *Structural Safety*. 2019; 76:123-134. DOI: 10.1016/j.strusafe.2018.09.001

9. Li J., Chen J., Fan W. The equivalent extreme-value event and evaluation of the structural system reliability. *Structural Safety*. 2007; 29(2):112-131. DOI: 10.1016/j.strusafe.2006.03.002

10. Li X., Chen G., Cui H., Yang D. Direct probability integral method for static and dynamic reliability analysis of structures with complicated performance functions. *Computer Methods in Applied Mechanics*

and Engineering. 2021; 374:113583. DOI: 10.1016/j.cma.2020.113583

11. Echard B., Gayton N., Lemaire M. AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation. *Structural Safety*. 2011; 33(2):145-154. DOI: 10.1016/j.strusafe.2011.01.002

12. Solovev S.A., Soloveva A.A. *Structural reliability analysis methods for steel trusses based on p-boxes*. Vologda, Vologda State University, 2022; 143. EDN YRCEMR (rus.).

13. Zolina T.V., Sadchikov P.N. Modeling of the Snow Load on the Roofs of Industrial Buildings. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2016; 8:25-33. EDN WIQRNX. (rus.).

14. Hong H.P., Ye W. Analysis of extreme ground snow loads for Canada using snow depth records. *Natural Hazards*. 2014; 73(2):355-371. DOI: 10.1007/s11069-014-1073-z

15. Soloveva A.A., Solovev S.A. Structural reliability analysis of steel trusses based on data sampling. *Structural Mechanics and Analysis of Constructions*. 2023; 2(55):77-84. DOI: 10.54734/20722958_2023_2_77. EDN APKBGO. (rus.).

16. Vernezi N.L. Variation coefficient of metal yield strength in new and long-used building structures. *Safety of Technogenic and Natural Systems*. 2023; 7(3):44-54. DOI: 10.23947/2541-9129-2023-7-3-44-54. EDN PJMKNJ. (rus.).

17. Li S., Xu Y., Zhu S., Guan X., Bao Y. Probabilistic deterioration model of high-strength steel wires and its application to bridge cables. *Structure and Infrastructure Engineering*. 2015; 11(9):1240-1249. DOI: 10.1080/15732479.2014.948462

18. Silva J.E., Garbatov Y., Soares C.G. Ultimate strength assessment of rectangular steel plates subjected to a random localised corrosion degradation. *Engineering Structures*. 2013; 52:295-305. DOI: 10.1016/j.engstruct.2013.02.013

19. Meng D., Lv Z., Yang S., Wang H., Xie T., Wang Z. A time-varying mechanical structure reliability analysis method based on performance degradation. *Structures*. 2021; 34:3247-3256. DOI: 10.1016/j.istruc.2021.09.085

20. Torres M.A., Ruiz S.E. Structural reliability evaluation considering capacity degradation over time. *Engineering Structures*. 2007; 29(9):2183-2192. DOI: 10.1016/j.engstruct.2006.11.014

21. Wang L., Wang X., Wu D., Xu M., Qiu Z. Structural optimization oriented time-dependent reliability methodology under static and dynamic uncertainties. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2018; 57(4):1533-1551. DOI: 10.1007/s00158-017-1824-z

22. Zhang J., Ma X., Zhao Y. A stress-strength time-varying correlation interference model for structural reliability analysis using copulas. *IEEE Transactions on Reliability*. 2017; 66(2):351;365. DOI: 10.1109/tr.2017.2694459

Received August 28, 2024.

Adopted in revised form on March 6, 2025.

Approved for publication on March 11, 2025.

B I O N O T E S: **Sergey A. Solovyev** — Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Industrial and Civil Engineering, Civil Engineering Institute; **Vologda State University (VSU)**; 15 Lenina st., 160000, Vologda, Russian Federation; ID RSCI: 821778, Scopus: 57215081781, ResearcherID: AAJ-1708-2020; solovevsa@vogu35.ru;

Oleg E. Kopeykin — postgraduate student, assistant of the Department of Industrial and Civil Engineering, Civil Engineering Institute; **Vologda State University (VSU)**; 15 Lenina st., 160000, Vologda, Russian Federation; ID RSCI: 1253938, nkovae@vogu35.ru;

Anastasia A. Solovyeva — postgraduate student, lecturer of the Department of Industrial and Civil Engineering, Civil Engineering Institute; **Vologda State University (VSU)**; 15 Lenina st., 160000, Vologda, Russian Federation; ID RSCI: 1090512; Scopus: 57223210877, ResearcherID: ABG-1982-2021; solovevaaa@vogu35.ru.

Contribution of the authors:

Sergey A. Solovyev — scientific guidance, research concept, writing the original text, final conclusions.

Oleg E. Kopeykin — drawing up diagrams, calculations, final conclusions.

Anastasia A. Solovyeva — revision of the text, selection of literature, final conclusions.

The authors declare that they have no conflicts of interest.