

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER

УДК 624.04

DOI: 10.22227/1997-0935.2025.5.683-693

Деформирование бетона при объемном напряженном состоянии

Нгок Туен Ву, Евгения Николаевна Полякова*Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); г. Москва, Россия*

АННОТАЦИЯ

Введение. Актуальность разработки аналитических моделей, описывающих нелинейное деформирование бетона в условиях сложного напряженного состояния, обусловлена их значимостью как в теоретическом, так и в прикладном аспектах. Ключевые факторы, которые должны учитываться при создании таких моделей, — неоднородность свойств бетонного материала, его структурное изменение при нагружении, возникновение трещин, а также явления, связанные с неравновесными процессами, протекающими в бетоне на протяжении длительного времени. Главная цель исследования — создание аналитической модели диаграммы деформирования бетона, позволяющей точно описывать нелинейное поведение бетона в условиях одноосного, двухосного и трехосного нагружения. Эта модель должна быть универсальной и простой в использовании. Важно, чтобы модель позволяла проводить анализ и максимально точно отражать полученные при проведении экспериментов с бетонами разных классов прочности результаты.

Материалы и методы. В процессе формирования модели, которая показывает поведение бетона с учетом одноосного напряженного состояния, решено включить в работу полиномиальную функцию четвертого порядка. Что объясняется тем, что это подходит для выполнения аппроксимации, которая имеет связь между напряжениями и относительными деформациями. После получения модели деформации бетона в условиях одноосного напряжения она была задействована в процессе формирования определяющих соотношений для объемного напряженного состояния в качестве основы.

Результаты. Сформирована аналитическая нелинейная формула, которая позволяет определить и показать наличие зависимости между напряжением и относительными деформациями бетона в условиях одноосного нагружения. Для наглядного представления данной зависимости используется непрерывная полиномиальная функция, которая описывает поведение бетона при любой степени деформирования. В ней же присутствует нисходящий участок диаграммы, который показывает, в частности, предельные деформации. Приведенная аналитическая зависимость может быть использована в качестве основной составляющей при установлении характеристик и свойств бетона в рамках составления определяющих соотношений в качестве описательного метода для указания на деформации бетона при объемном напряженном состоянии.

Выводы. Аналитическая зависимость может быть применена в виде ключевых характеристик, которые определяют и описывают свойства бетона в рамках задействования фундаментальных уравнений, представляющих поведение бетона при объемном напряженном состоянии. Данный способ является достаточно точным и станет отличным решением при осуществлении проектирования железобетонных конструкций в сфере инженерии.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: железобетонные конструкции, диаграмма состояния бетона, деформация, напряжение, ниспадающая ветвь, модуль упругости, секущий модуль деформаций, интенсивность деформаций сдвига, коэффициент Пуассона, сложное напряженное состояние

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Ву Н.Т., Полякова Е.Н. Деформирование бетона при объемном напряженном состоянии // Вестник МГСУ. 2025. Т. 20. Вып. 5. С. 683–693. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.5.683-693

Автор, ответственный за переписку: Нгок Туен Ву, WuNgokTuen@gic.mgsu.ru.

Deformation of concrete under volumetric stress state

Ngoc Tuyen Vu, Yevgeniya N. Polyakova*Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU);
Moscow, Russian Federation*

ABSTRACT

Introduction. The relevance of the development of analytical models describing nonlinear deformation of concrete under conditions of complex stress state is due to their importance both in theoretical and applied aspects. The key factors that should be taken into account when creating such models are the heterogeneity of concrete material properties, its structural change under loading, the occurrence of cracks, as well as phenomena associated with non-equilibrium processes occurring in concrete over a long period of time. The main objective of the study is to create an analytical model of the deformation diagram of concrete that allows an accurate description of the nonlinear behaviour of concrete under uniaxial, biaxial and triaxial loading conditions. This model should be versatile and easy to use. It is important that the model allows analysis and reflects as accurately as possible the results obtained from experiments with concrete of different strength classes.

Materials and methods. In the process of forming a model that shows the behaviour of concrete considering uniaxial stress state, it was decided to include a fourth order polynomial function in the work. Which is because it is suitable to perform an approximation that has a relationship between stresses and relative strains. After obtaining the model of concrete deformation under uniaxial stress, it was involved in the process of forming the constitutive relations for the volumetric stress state as a basis.

Results. An analytical nonlinear formula was formed to determine and show the existence of the dependence between stress and relative deformations of concrete under uniaxial loading conditions. To visualize this dependence, a continuous polynomial function is used, which describes the behaviour of concrete at any degree of deformation. It also contains a descending section of the diagram, which shows, in particular, the ultimate deformations. The given analytical dependence can be used as a basic component in establishing the characteristics and properties of concrete within the framework of the formulation of determining relations as a descriptive method to indicate the deformations of concrete under volumetric stress state.

Conclusions. The analytical relationship can be used in the form of key characteristics that define and describe the properties of concrete within the engagement of fundamental equations representing the behaviour of concrete under volumetric stress state. This method is quite accurate and will be an excellent solution when carrying out the design of reinforced concrete structures in the field of engineering.

KEYWORDS: reinforced concrete structures, concrete state diagram, strain, stress, downward branch, modulus of elasticity, secant modulus of strain, shear strain intensity, Poisson's ratio, complex stress state

FOR CITATION: Vu N.T., Polyakova Ye.N. Deformation of concrete under volumetric stress state. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2025; 20(5):683-693. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.5.683-693 (rus.).

Corresponding author: Ngoc Tuyen Vu, WuNgokTuen@gic.mgsu.ru.

ВВЕДЕНИЕ

В инженерной практике распространено применение различных расчетных комплексов, среди которых можно выделить ABAQUS, ANSYS и прочие. Данные комплексы базируются на использовании методов конечных элементов и применяются, в частности, благодаря внедрению готовых модулей, направленных на осуществление моделирования бетонных и железобетонных сооружений, если при этом подразумеваются статические и динамические нагрузки. Стоит отметить, что эти комплексы работают с учетом стандартных для них физических моделей. Они были сформированы для того, чтобы делать расчеты в отношении тяжелых видов бетона с прочностью на сжатие не более В60. Поэтому, если потребуется подготовить расчеты для других видов бетона, то могут возникнуть сложности, поскольку не будет стандартизированных данных. Это вызывает необходимость создания индивидуальной методологии для решения конкретной задачи в процессе исследования. Причем, если речь идет о более серьезных типах нагружения, то задача начинает еще больше усложняться. Исходя из этого, делаем вывод, что вопрос формирования аналитических моделей нелинейного деформирования бетона в условиях сложного напряженного состояния, которые бы смогли принимать во внимание основные характеристики бетона, в настоящее время стоит довольно остро [1–6]. Указанная область сегодня недостаточно изучена, но имеется некоторое количество исследований по трем направлениям:

1) разработка аналитических моделей, которые предназначены для рассмотрения различных характеристик бетона, в частности, речь идет о реологических и механических свойствах;

2) формирование модели деформирования бетона в рамках рассмотрения плоского и объемного напряженного состояния, при этом должны быть

учтены характеристики бетона при одноосных напряжениях;

3) разработка математических моделей для железобетонных конструкций, которые учитывают неоднородность и неравновесность процессов в условиях плоского и объемного состояния.

В исследовании [7] рассматривается вопрос поиска актуальных подходов к решению данных задач, в том числе в нем говорится про определение критериев прочности бетона при объемном напряжении.

Вопрос о создании математических моделей, в рамках которых можно было бы описать поведение бетона при наличии деформаций, является не менее актуальным в научных кругах [8–11]. Одним из первых значимых вкладов в этой области стала работа О.Я. Берга [12], в которой установлено наличие двух характерных точек на диаграмме деформирования бетона: первая точка соответствует началу формирования внутренних трещин (так называемая нижняя параметрическая точка), а вторая точка — началу их нестабильного развития (верхняя параметрическая точка). А.А. Гвоздев предложил подход к моделированию нисходящего участка диаграммы, исходя из концепции накопления повреждений в структуре материала [13]. М.М. Холмянский и Е.А. Коган в своей работе [14] представили вариант обоснования формы диаграммы деформирования бетона на основе статистической теории прочности неоднородных тел. В.М. Бондаренко представил подход, базирующийся на энергетических принципах [15]. Автор Н.И. Карпенко предложил представлять диаграмму деформирования бетона функцией, описывающей изменение секущих и касательных модулей упругости [16]. Методику вычисления накоплений нелинейных деформаций с ростом числа циклов разработал В.А. Ерышев, в ней учитываются история и уровни нагружения, а также изменение предельных напряжений диаграммы [17]. И.М. Безгодов анализировал различные

экспериментальные способы получения полных диаграмм деформирования и предложил новый метод испытания и построения диаграмм с анализом кривых деформирования по результатам испытаний двух классов бетона [18]. Сравнительный анализ различных диаграмм деформирования бетона по критерию энергозатрат на деформирование и разрушение проводил О.В. Радайкин [19]. Влияние вида функциональной зависимости напряжений от деформаций на точность определения прогибов пластины из нелинейно деформируемого материала исследовал В.П. Селяев [20]. А.Г. Тамразян разработал диаграмму деформирования бетона, ограниченного обоймой из композитных материалов, которая имеет разрывы по высоте [21]. Анализ различных способов построения диаграмм деформирования бетона при осевом растяжении на основе экспериментальных данных посвящено исследование В.В. Адищева [22]. Тем не менее наиболее изучены сегодня эмпирические и полумпирические методы, предполагающие аппроксимацию экспериментальных данных с использованием различных кривых, таких как дробные, степенные и другие функции. Рассмотрим некоторые из них более подробно.

Диаграмма бетона в действующей европейской норме EN 1992-1-1 представлена кривой вида:

$$\sigma_b = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} R_b. \quad (1)$$

При этом $\eta = \varepsilon_b / \hat{\varepsilon}_b$ здесь является определением отношения текущего значения деформации ε_b к предельному значению деформации бетона. При этом предельное значение сопоставимо с вершиной диаграммы $\hat{\varepsilon}_b$; коэффициент k определяется посредством применения следующей формулы $k = 1,05E_b\hat{\varepsilon}_b/R_b$; E_b выступает в виде начального модуля упругости бетона, для расчета которого необходимо принимать во внимание уровень напряжения $\sigma_b = 0,4R_b$.

Несмотря на то, что указанный метод аппроксимации позволяет достичь наиболее верных результатов на основном участке диаграммы деформирования бетона, у зависимости (1) есть несколько существенных недостатков. Один из них заключается в том, что интегрирование аппроксимации происходит достаточно сложно, в том числе это касается процесса выявления изгибающего момента железобетонной конструкции, когда обязательным условием служит интегрирование напряжений бетона в рамках элементарной площадки. Другой момент состоит в том, что степень деформации бетона по заданному уровню напряжения определяется с некоторыми сложностями.

Использовать экспоненциальную функцию для моделирования диаграммы деформирования бетона предложил Г.В. Мурашкин [23]:

$$\sigma_b = a_c \varepsilon_b^{b_c} \exp\left(\frac{-b_c \varepsilon_b}{\hat{\varepsilon}_b}\right). \quad (2)$$

Коэффициенты a_c и b_c вычисляются из системы двух уравнений, полученных на основе условия $d\sigma_b(\hat{\varepsilon}_b)/d\varepsilon_b = 0$ в вершине диаграммы и зависимости $E_b = \sigma_b/\varepsilon_b$ на квазиупругом участке, например, при $\sigma_b = 0,4R_b$. Основной недостаток аналитической зависимости (2) — трудоемкость вычисления параметров a_c и b_c , а также сложность решения обратной задачи определения деформаций при заданных напряжениях.

В своих научных трудах Г.А. Гениев [24] представляет диаграмму, которая описывает поведение бетона при деформации. Она представляет собой параболическую функцию:

$$\sigma_b = E_b \left(1 - \frac{\varepsilon_b}{2\hat{\varepsilon}_b}\right) \varepsilon_b. \quad (3)$$

Необходимо отметить, что при значительных изменениях в структуре бетона данная функция может быть не совсем точна, но в целом она является довольно простой для встраивания в систему.

В своей работе [16] Н.И. Карпенко предложил представлять диаграмму деформирования бетона посредством функции, описывающей изменение секущих и касательных модулей упругости:

$$\sigma_b = v_b E_b \varepsilon_b, \quad (4)$$

где v_b — коэффициент изменения секущего модуля, для определения которого используется уравнение:

$$v_b = \hat{v}_b \pm (v_0 - \hat{v}_b) \sqrt{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2}. \quad (5)$$

Рассмотрим уравнение данного графика более подробно. Так, $\hat{v}_b = \hat{\sigma}_b / (\hat{\varepsilon}_b E_b)$ соответствует верхней точке диаграммы при условии, что $\sigma_b = \hat{\sigma}_b$; v_0 — точка начала диаграммы, а вместе с тем и начальное значение перемен в секущем модуле; коэффициенты ω_1 и ω_2 — критерии, указывающие на полноту диаграммы материала ($\omega_2 = 1 - \omega_1$); $\eta = \sigma_b / \hat{\sigma}_b$ показывает то, насколько было увеличено напряжение.

Формула (5) предполагает знак минус для нисходящей ветви кривой, а для восходящей — знак плюс.

Предлагаемая нелинейная модель диаграммы деформирования бетона применена в российском нормативном документе СП 63.13330.2018 и обеспечивает адекватное описание экспериментальных кривых, полученных для бетонов различных классов прочности, подвергаемых кратковременному одноосному сжатию. Трудности в вычислениях могут заключаться и в том, что присутствует двойной знак \pm , а также имеются различия в следующих коэффициентах v_0 , ω_1 и ω_2 в зависимости от того, о какой ветви диаграммы мы говорим: нисходящей или восходящей. Также стоит отметить, что вычисления затрудняет зависимость коэффициента изменения секущего модуля от уровня напряжений $\eta = \sigma_b / \hat{\sigma}_b$. Сложности возникают потому, что основная часть расчетов сегодня основывается на значениях деформаций или их уровнях.

Исходя из указанной информации, ключевая задача настоящего исследования — выведение дифференцируемой нелинейной диаграммы деформирования бетона, которая будет отвечать требованиям простоты в процессе интегрирования. Также одним из ее преимуществ должна быть возможность использования при разных типах нагружения бетона.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Диаграмма деформирования бетона при одноосном сжатии

С целью наглядного представления зависимости между напряжениями и деформациями бетона при одноосном напряжении используем полиномиальную функцию четвертой степени:

$$\sigma_b = E_b \left[1 + a \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ult}} + b \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ult}} \right)^2 + c \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ult}} \right)^3 \right] \varepsilon_b, \quad (6)$$

где a , b и c — искомые коэффициенты, они определяют форму диаграммы деформирования бетона. При этом значение $a \varepsilon_{ult}$ является соответствующим деформации бетона в той точке, где построенный график достигает своего максимального значения.

Аналитическая зависимость отличается простотой процесса интеграции по переменной деформации. Это повышает ее эффективность в качестве инструмента при построении деформационных моделей, а также практических расчетах железобетонных конструкций. В процессе выявления параметров полиномиальной функции (6) учитываются результаты анализа граничных условий за счет применения системы нормируемых индикаторов, которые могут быть представлены в форме ряда соотношений.

1. Первая производная функции, описывающая зависимость деформации бетона от напряжения в формате диаграммы, которая, в свою очередь, соответствует тангенсу угла наклона касательной к кривой в точке $\varepsilon_b = 0$, должна быть равной начальному модулю упругости бетона E_b .

В процессе проведения дифференцирования выражения (6) по переменной ε_b выведем математическую модель в отношении модуля деформации бетона:

$$\frac{d\sigma_b}{d\varepsilon_b} = E_b \left[1 + 2a \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ult}} + 3b \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ult}} \right)^2 + 4c \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ult}} \right)^3 \right]. \quad (7)$$

В исходном положении кривой, где отмечается нулевое значение деформации ε_b , начальный модуль упругости бетона E_b и касательный модуль соответствуют друг другу. Исходя из этого, можно утверждать, что начальное условие будет реализовано независимо от того, какое значение будет у коэффициентов a , b и c .

2. Максимальное значение напряжения отмечается в том случае, когда деформация бетона достигает до $\varepsilon_b = \varepsilon_{ult}$. При этом значение напряжения обозначается как $\sigma_{b,max} = R_{b,ser}$.

Если произвести подстановку $\varepsilon_b = \varepsilon_{ult}$ и $\sigma_b = R_{b,ser}$ в уравнение (6), получим следующее выражение:

$$E_b [1 + a + b + c] \varepsilon_{ult} = R_{b,ser}. \quad (8)$$

3. Первая производная функции, которая описывает степень зависимости напряжения от деформации бетона ($d\sigma_b/d\varepsilon_b$), равняется нулю в том случае, если деформация равна $\varepsilon_b = \varepsilon_{ult}$.

$$\left. \frac{d\sigma_b}{d\varepsilon_b} \right|_{\varepsilon_b = \varepsilon_{ult}} = 0 \text{ или } 1 + 2a + 3b + 4c = 0. \quad (9)$$

4. Если бетон деформируется до установленной степени, а именно достижения им значения $\varepsilon_b = \beta \varepsilon_{ult}$ ($\beta > 1$), напряжение в нем доходит до определенного уровня, который составляет какую-то часть от наибольшего значения. Это значение может быть обозначено следующей формулой: $\sigma_b = \theta R_{b,ser}$ ($\theta < 1$). При этом оно соответствует деформациям и напряжениям, которые относятся к нисходящей части графика зависимости деформаций от напряжения. Если данные значения будут подставлены в уравнение (6), получится формула:

$$\sigma_b(\beta \varepsilon_{ult}) = \theta R_{b,ser} \text{ или } E_b [1 + \beta a + \beta^2 b + \beta^3 c] \beta \varepsilon_{ult} = \theta R_{b,ser}. \quad (10)$$

Для того чтобы определить коэффициенты диаграммы деформирования бетона, необходимо произвести решение системы уравнений, которая включает в себя уравнения (8)–(10):

$$\begin{cases} a = \frac{R_{b,ser} (3\beta^4 - 4\beta^3 + \theta)}{E_b \beta^2 \varepsilon_{ult} (\beta - 1)^2} - \frac{2\beta + 1}{\beta}; \\ b = -\frac{2R_{b,ser} (\beta^4 - 2\beta^2 + \theta)}{E_b \beta^2 \varepsilon_{ult} (\beta - 1)^2} + \frac{\beta + 2}{\beta}; \\ c = \frac{R_{b,ser} (2\beta^3 - 3\beta^2 + \theta)}{E_b \beta^2 \varepsilon_{ult} (\beta - 1)^2} - \frac{1}{\beta}. \end{cases} \quad (11)$$

Если в выражении (6) будут задействованы коэффициенты (11), то удастся построить аналитическую модель диаграммы поведения бетона при деформировании в результате одноосного напряженного состояния:

$$\begin{aligned} \sigma_b = E_b & \left[1 + \left(\frac{R_{b,ser} (3\beta^4 - 4\beta^3 + \theta)}{E_b \beta^2 \varepsilon_{ult} (\beta - 1)^2} - \frac{2\beta + 1}{\beta} \right) \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ult}} + \right. \\ & + \left(-\frac{2R_{b,ser} (\beta^4 - 2\beta^2 + \theta)}{E_b \beta^2 \varepsilon_{ult} (\beta - 1)^2} + \frac{\beta + 2}{\beta} \right) \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ult}} \right)^2 + \\ & \left. + \left(\frac{R_{b,ser} (2\beta^3 - 3\beta^2 + \theta)}{E_b \beta^2 \varepsilon_{ult} (\beta - 1)^2} - \frac{1}{\beta} \right) \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{ult}} \right)^3 \right] \varepsilon_b. \end{aligned} \quad (12)$$

В рамках указанной модели для описания связи между деформациями и напряжением используется одно уравнение (12). Его особенность заключается в том, что при его включении в работу удается достичь верных результатов как в отношении нисходящей, так и в отношении восходящей ветви кривой. Это позволяет говорить о его универсальности, простоте и удобстве в процессе реализации расчетов с применением высокотехнологичных решений. Еще одной отличительной особенностью является то, что в этой модели учитываются только те свойства и параметры бетона, которые можно измерить и оценить, включая его прочность и деформации. Благодаря этому получается обойтись без внедрения дополнительных эмпирических коэффициентов. Также приведенное выше уравнение дает возможность произвести оценку напряженно-деформированного состояния (НДС) нагруженных конструкций посредством включения значений напряжений и деформаций в сжатом бетоне, а не только за счет использования интегральных величин. В процессе анализа характеристик указанного графика следует принимать во внимание свойства материала, в частности: относительную деформацию в вершине диаграммы при осевом сжатии ε_{ult} ; величину начального модуля упругости бетона и напряжение в вершине диаграммы $R_{b,ser}$. Для определения степени деформирования бетона, если речь идет о наивысших значениях деформаций в точке ε_{ult} , используется следующая формула, согласно данным [18]:

$$\varepsilon_{ult} = \frac{B}{E_b} \lambda \frac{1 + 0,75\lambda B/60 + 0,2\lambda/B}{0,12 + B/60 + 0,2/B}, \quad (13)$$

где B — класс бетона по прочности на сжатие; λ — безразмерный коэффициент, выявление которого происходит при учете типа рассматриваемого бетона. Так, $\lambda = 1$ соответствует тяжелому и мелкозернистому бетону; $\lambda = D/2400$ — легкому бетону средней плотности D , которая может быть измерена в кг/м^3 ; если речь идет о ячеистом бетоне, то используется $\lambda = 0,25 + 0,35B$.

Определение зависимостей между напряжениями и деформациями для бетона в условиях объемного напряженного состояния

Исследование научной работы [19] показало, что довольно сложно описать классическими соотношениями механики твердого деформируемого тела процесс деформирования бетона, который является материалом с неоднородной структурой и склонностью к образованию трещин при нагружении определенной степени. При этом, согласно мнению большинства современных экспертов, двухосные и трехосные напряженные состояния оказывают значительное воздействие на некоторые параметры и характеристики бетона [7]. Из сказанного можно сделать вывод, что включение в работу уравнения (12) позволит эффективно рассмотреть бетон

при одноосном напряжении, а также максимально точно определить ключевые параметры. Для наглядного представления наличия связи между характеристиками НДС при объемном напряжении бетона, принимая во внимание ниспадающую ветвь деформации, следует использовать уравнение:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{bx} &= \frac{1}{E(\Gamma)} [\sigma_{bx} - \nu(\sigma_{by} + \sigma_{bz})]; \\ \varepsilon_{by} &= \frac{1}{E(\Gamma)} [\sigma_{by} - \nu(\sigma_{bx} + \sigma_{bz})]; \\ \varepsilon_{bz} &= \frac{1}{E(\Gamma)} [\sigma_{bz} - \nu(\sigma_{bx} + \sigma_{by})]; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\gamma_{bxy} = \frac{\tau_{bxy}}{G(\Gamma)}; \gamma_{byz} = \frac{\tau_{byz}}{G(\Gamma)}; \gamma_{bzx} = \frac{\tau_{bzx}}{G(\Gamma)},$$

где

$$\Gamma = \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_{bx} - \varepsilon_{by})^2 + (\varepsilon_{by} - \varepsilon_{bz})^2 + (\varepsilon_{bz} - \varepsilon_{bx})^2} + \frac{3}{2} (\gamma_{bxy}^2 + \gamma_{byz}^2 + \gamma_{bzx}^2)} \quad (15)$$

представляет собой интенсивность деформаций сдвига;

$$\begin{aligned} G(\Gamma) &= G_b \left[1 + a \frac{\Gamma}{\Gamma_s} + b \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^2 + c \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^3 \right] = \\ &= G_b \left[1 + \left(\frac{R_{b,ser} (3\beta^4 - 4\beta^3 + \theta)}{E_b \beta^2 \varepsilon_{ult} (\beta - 1)^2} - \frac{2\beta + 1}{\beta} \right) \frac{\Gamma}{\Gamma_s} + \right. \\ &+ \left(-\frac{2R_{b,ser} (\beta^4 - 2\beta^2 + \theta)}{E_b \beta^2 \varepsilon_{ult} (\beta - 1)^2} + \frac{\beta + 2}{\beta} \right) \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^2 + \\ &+ \left. \left(\frac{R_{b,ser} (2\beta^3 - 3\beta^2 + \theta)}{E_b \beta^2 \varepsilon_{ult} (\beta - 1)^2} - \frac{1}{\beta} \right) \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^3 \right] \end{aligned} \quad (16)$$

обозначает секущий модуль сдвига; где Γ_s — максимальное значение силы деформаций сдвига, которое находится в соответствии с указанным видом состояния напряжения; $E(\Gamma) = 2(1 + \nu)G(\Gamma)$ — текущий модуль деформаций; ν — коэффициент бокового расширения.

Ключевые свойства параметров бетона выявляются на основе таких параметров, которые указывают на наличие связи между деформациями и напряжениями при одноосном напряженном состоянии. При этом они представляются при помощи формулы (12) и имеют соответствие с определенными коэффициентами a , b , c , используемыми при вычислении секущего модуля $G(\Gamma)$. Определяющие соотношения (16) могут быть преобразованы для выражения напряжений либо деформации

ций. В ситуации, когда соотношения разрешаются относительно напряжений, они принимают вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{bx} &= 2G(\Gamma) \left[\varepsilon_{bx} + \frac{\nu}{1-2\nu} \theta \right]; \\ \sigma_{by} &= 2G(\Gamma) \left[\varepsilon_{by} + \frac{\nu}{1-2\nu} \theta \right]; \\ \sigma_{bz} &= 2G(\Gamma) \left[\varepsilon_{bz} + \frac{\nu}{1-2\nu} \theta \right]; \\ \tau_{bxy} &= G(\Gamma) \gamma_{bxy}; \quad \tau_{byz} = G(\Gamma) \gamma_{byz}; \\ \tau_{bzx} &= G(\Gamma) \gamma_{bzx}. \end{aligned} \quad (17)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для анализа представленного варианта зависимостей между напряжениями и деформациями в сложнапряженном бетоне рассмотрим некоторые частные случаи.

Одноосное напряженное состояние. При одноосном сжатии мы имеем следующие начальные условия: $\sigma_{bx} \neq 0$; $\sigma_{by} = \sigma_{bz} = \tau_{bxy} = \tau_{byz} = \tau_{bzx}$; $\varepsilon_{bx} \neq 0$; $\varepsilon_{by} = \varepsilon_{bz} = \nu(-\varepsilon_{bx})$; $\gamma_{bxy} = \gamma_{byz} = \gamma_{bzx} = 0$.

Значение интенсивности деформаций сдвига при этих условиях определяется по формуле:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_{bx} - \varepsilon_{by})^2 + (\varepsilon_{by} - \varepsilon_{bz})^2 +}} \\ &\sqrt{(\varepsilon_{bz} - \varepsilon_{bx})^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{bxy}^2 + \gamma_{byz}^2 + \gamma_{bzx}^2)}} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{[\varepsilon_{bx} + \nu\varepsilon_{bx}]^2 + [-\nu\varepsilon_{bx} + \nu\varepsilon_{bx}]^2 +}} \\ &\sqrt{[-\nu\varepsilon_{bx} - \varepsilon_{bx}]^2 + \frac{3}{2}(0^2 + 0^2 + 0^2)}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}}(1+\nu)\varepsilon_{bx}. \end{aligned}$$

Значение предельной интенсивности деформаций сдвига устанавливается по выражению:

$$\Gamma_s = \frac{2}{\sqrt{3}}(1+\nu)\varepsilon_{ult}.$$

Соответственно значение объемной деформации бетона будет равно:

$$\theta = \varepsilon_{bx} = \nu(-\varepsilon_{bx}) + \nu(-\varepsilon_{bx}) = (1-2\nu)\varepsilon_{bx}.$$

Секунный модуль сдвига:

$$\begin{aligned} G(\Gamma) &= G_b \left[1 + a \frac{\Gamma}{\Gamma_s} + b \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^2 + c \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^3 \right] = \\ &= \frac{E_b}{2(1+\nu)} \left[1 + a \frac{\varepsilon_{bx}}{\varepsilon_{ult}} + b \left(\frac{\varepsilon_{bx}}{\varepsilon_{ult}} \right)^2 + c \left(\frac{\varepsilon_{bx}}{\varepsilon_{ult}} \right)^3 \right]. \end{aligned}$$

Подставляя записанные параметры в уравнение (16), получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{bx} &= 2G(\Gamma) \left[\varepsilon_{bx} + \frac{\nu}{1-2\nu} \theta \right] = \\ &= 2 \frac{E_b}{2(1+\nu)} \left[1 + a \frac{\varepsilon_{bx}}{\varepsilon_{ult}} + b \left(\frac{\varepsilon_{bx}}{\varepsilon_{ult}} \right)^2 + c \left(\frac{\varepsilon_{bx}}{\varepsilon_{ult}} \right)^3 \right] \times \\ &\quad \times \left[\varepsilon_{bx} + \frac{\nu}{1-2\nu} (1-2\nu) \varepsilon_{bx} \right] = \\ &= E_b \left[1 + a \frac{\varepsilon_{bx}}{\varepsilon_{ult}} + b \left(\frac{\varepsilon_{bx}}{\varepsilon_{ult}} \right)^2 + c \left(\frac{\varepsilon_{bx}}{\varepsilon_{ult}} \right)^3 \right] \varepsilon_{bx}. \end{aligned}$$

Легко заметить, что полученное соотношение идентично диаграмме (6), которая была представлена ранее для случая одноосного сжатия. Для визуализации результатов построим график зависимости «напряжение – деформация», основываясь на уравнении (6), для бетона класса В60 при следующих исходных параметрах: $B = 60$, $E_b = 4 \cdot 10^4$ МПа; $R_{b,ser} = 43$ МПа, $R_{bt,ser} = 2,5$ МПа; $\beta = 2$; $\theta = 0,7$; $\lambda = 1$.

Установим значение деформаций в вершине диаграммы по формуле (12):

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ult} &= \frac{60}{4 \cdot 10^4} \cdot 1 \times \\ &\times \frac{1 + 0,75 \cdot 1 \cdot 60/60 + 0,2 \cdot 1/60}{0,12 + 60/60 + 0,2/60} = \\ &= 2,341 \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

Коэффициенты диаграммы деформирования бетона определим по формулам (11):

$$\begin{aligned} a &= \frac{43(3 \cdot 2^4 - 4 \cdot 2^3 + 0,7)}{4 \cdot 10^4 \cdot 2^2 \cdot 2,341 \cdot 10^{-3} (2-1)^2} - \\ &\quad - \frac{2 \cdot 2 + 1}{2} = -0,583; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= -\frac{2 \cdot 43(2^4 - 2 \cdot 2^2 + 0,7)}{4 \cdot 10^4 \cdot 2^2 \cdot 2,341 \cdot 10^{-3} (2-1)^2} + \\ &\quad + \frac{2+2}{2} = 0,003; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= \frac{43(2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 0,7)}{4 \cdot 10^4 \cdot 2^2 \cdot 2,341 \cdot 10^{-3} (2-1)^2} - \\ &\quad - \frac{1}{2} = 0,040. \end{aligned}$$

Тогда диаграмма деформирования бетона В60, полученная из зависимости (6), имеет вид:

$$\sigma_b = 4 \cdot 10^4 \left[1 - 0,583 \frac{\varepsilon_b}{2,112 \cdot 10^{-3}} + \right.$$

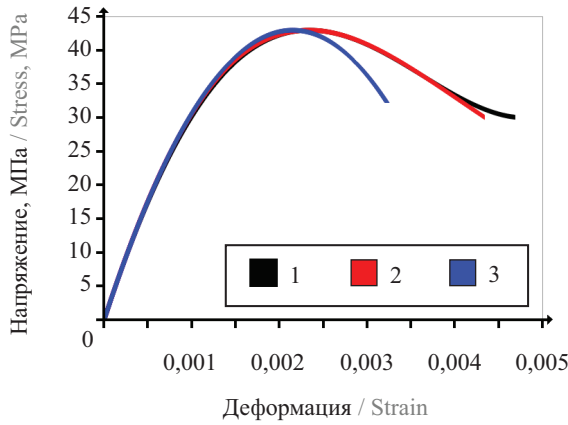


Рис. 1. Диаграммы деформирования для бетона В60: 1 — предложенная; 2 — диаграмма Н.И. Карпенко; 3 — диаграмма Г.А. Гениева

Fig. 1. Deformation diagrams for concrete B60: 1 — proposed; 2 — diagram of N.I. Karpenko; 3 — diagram of G.A. Geniev

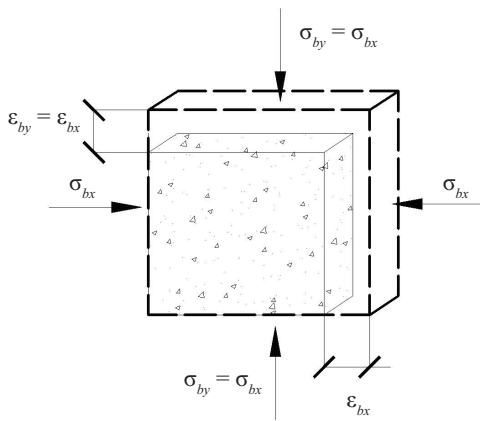


Рис. 2. Схема двухосного равномерного сжатия бетона

Fig. 2. Diagram of biaxial uniform compression of concrete

$$+ 0,02 \cdot \left(\frac{\epsilon_b}{2,112 \cdot 10^{-3}} \right)^2 + 0,040 \cdot \left(\frac{\epsilon_b}{2,112 \cdot 10^{-3}} \right)^3 \Big] \epsilon_b.$$

Графически зависимость (17) в сопоставлении с аналогичными диаграммами, полученными по модели Г.А. Гениева [24] и модели Н.И. Карпенко [25], представлена на рис. 1. Как было отмечено, диаграмма Н.И. Карпенко хорошо описывает опытные зависимости одноосного сжатого бетона. Поэтому при анализе будем использовать ее в качестве некоторого эталона. При сравнении приведенных графиков становится очевидно, что диаграмма деформирования, которую разработал Г.А. Гениев, как правило, занижает величину деформаций бетона, когда рассматривается область предельных напряжений $\sigma_b = R_b$. Рассматривая диаграмму, которая была получена с учетом зависимости (17), можно отметить ее серьезную соразмерность графику, который был сформирован в процессе исследований Н.И. Карпенко. При этом важно отметить тот факт, что указанное соотношение (17) представляет собой непрерывную функцию. Это указывает на то, что в данном случае присутствует множество положительных моментов, касающихся реализации расчетов, особенно при проведении сравнения с иными диаграммами.

Двухосное равномерное сжатие. При плоском напряженном состоянии — двухосном равномерном сжатии $\sigma_{bx} = \sigma_{by}$; $\sigma_{bz} = 0$ (рис. 2).

На основе условия прочности Г.А. Гениева [24] предельное значение напряжения $\sigma_{bx,ult}$ составит:

$$\sigma_{bx,ult} = R_b \left[\sqrt{1 - \frac{R_{bt}}{R_b} + \left(\frac{R_{bt}}{R_b} \right)^2} + \left(1 - \frac{R_{bt}}{R_b} \right) \right] = 43 \left[\sqrt{1 - \frac{2,5}{43} + \left(\frac{2,5}{43} \right)^2} + \left(1 - \frac{2,5}{43} \right) \right] = 82,306 \text{ МПа.}$$

Интенсивность касательных напряжений определяется по формуле:

$$T = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_{bx} - \sigma_{by})^2 + (\sigma_{by} - \sigma_{bz})^2 + (\sigma_{bz} - \sigma_{bx})^2 + 6(\tau_{bxy}^2 + \tau_{byz}^2 + \tau_{bzx}^2)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_{bx} - \sigma_{bx})^2 + (\sigma_{bx} - 0)^2 + (0 - \sigma_{bx})^2 + 6(0^2 + 0^2 + 0^2)} = \frac{\sigma_{bx}}{\sqrt{3}}.$$

Для того чтобы выявить максимальное значение силы касательных напряжений, следует произвести замену напряжения σ_x на его максимальное значение $\sigma_{bx,ult}$:

$$T_s = \frac{\sigma_{bx,ult}}{\sqrt{3}} = \frac{82,306}{\sqrt{3}} = 47,519 \text{ МПа.}$$

При этом для установления силы деформаций сдвига в данном случае необходимо воспользоваться следующим уравнением:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_{bx} - \varepsilon_{by})^2 + (\varepsilon_{by} - \varepsilon_{bz})^2 + (\varepsilon_{bz} - \varepsilon_{bx})^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{bxy}^2 + \gamma_{byz}^2 + \gamma_{bzx}^2)}} = \\ &= \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{[\varepsilon_{bx} - \varepsilon_{bx}]^2 + [\varepsilon_{bx} - \nu(-2\varepsilon_{bx})]^2 + [\nu(-2\varepsilon_{bx}) - \varepsilon_{bx}]^2 + \frac{3}{2}(0^2 + 0^2 + 0^2)}} = \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}}(1 + 2\nu)\varepsilon_{bx} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(1 + 2\frac{1}{6}\right)\varepsilon_{bx} = 1,089\varepsilon_{bx}. \end{aligned}$$

Предельное значение интенсивности деформаций сдвига будет равно:

$$\Gamma_s = \frac{T_s}{\frac{E_b}{2(1+\nu)}(1+a+b+c)} = \frac{47,519}{\frac{4 \cdot 10^4}{2(1+1/6)}(1-0,583+0,003+0,040)} = 0,00603.$$

Значение объемной деформации плосконапряженного бетона определится из выражения:

$$\begin{aligned} \theta &= \varepsilon_{bx} + \varepsilon_{by} + \varepsilon_{bz} = \varepsilon_{bx} + \varepsilon_{bx} + \nu(-2\varepsilon_{bx}) = \\ &= 2(1 - \nu)\varepsilon_{bx} = 5/3 \varepsilon_{bx}; \end{aligned}$$

$$\theta = \varepsilon_{bx} + \varepsilon_{by} + \varepsilon_{bz} = \varepsilon_{bx} + \varepsilon_{bx} + \nu(-2\varepsilon_{bx}) = 2(1 - \nu)\varepsilon_{bx} = 5/3 \varepsilon_{bx}.$$

В результате подстановки в уравнение (16) рассчитанных значений для деформаций и напряжений для бетона класса В60 можно построить график деформации бетона при условии двухосного равномерного сжатия (рис. 3, кривая 2):

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y &= 2G(\Gamma) \left[\varepsilon_x + \frac{\nu}{1-2\nu} \theta \right] = 2 \frac{E_b}{2(1+\nu)} \left[1 + a \frac{\Gamma}{\Gamma_s} + b \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^2 + c \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_s} \right)^3 \right] \cdot \left[\varepsilon_x + \frac{\nu}{1-2\nu} \cdot \frac{5}{3} \varepsilon_x \right] = \\ &= \frac{4 \cdot 10^4}{(1+1/6)} \left[1 - 0,583 \frac{1,089\varepsilon_x}{0,00603} + 0,003 \left(\frac{1,089\varepsilon_x}{0,00603} \right)^2 + 0,040 \left(\frac{1,089\varepsilon_x}{0,00603} \right)^3 \right] \cdot \left[\varepsilon_x + \frac{1/6}{1-2 \cdot 1/6} \cdot \frac{5}{3} \varepsilon_x \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

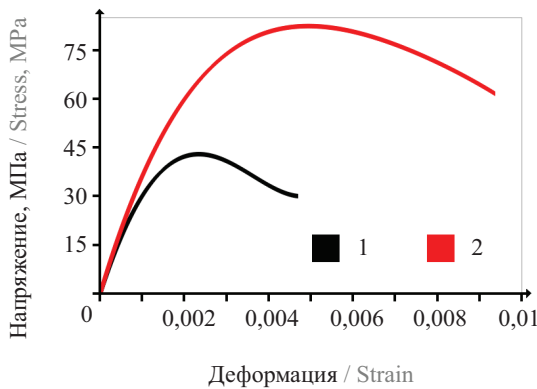


Рис. 3. Предложенные диаграммы деформирования для бетона В60: 1 — при одноосном сжатии; 2 — при двухосном равномерном сжатии

Fig. 3. Proposed deformation diagrams for concrete B60: 1 — under uniaxial compression; 2 — under biaxial uniform compression

На рис. 3 также представлена диаграмма деформирования бетона класса В60 при одноосном сжатии, что дает возможность провести качественное сравнение. Итогом данного сравнения является

вывод, указывающий на то, что прочность и склонность к деформациям у бетона изменились в лучшую сторону в условиях двухосного равномерного сжатия по сравнению с одноосным нагружением. В частности, в рассматриваемом примере зафиксировано повышение максимального напряжения в 2,8 раза, а предельной деформации, соответствующей максимальному напряжению, — в 2,5 раза. Эти результаты демонстрируют высокую корреляцию с экспериментальными исследованиями, проведенными А.А. Гвоздевым [26].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

В рамках настоящего исследования была сформирована концепция построения модели нелинейной зависимости, которая характерна деформациям и напряжениям бетона при условии одноосного нагружения. В рамках концепции рассмотрена единая непрерывная полиномиальная функция на всем диапазоне деформирования. При этом она включает и нисходящую ветвь, которая располагается после того, как кривая достигает своих значений. Сделан вывод, что данная зависимость может служить фундаментом при рассмотрении и определении

характеристик бетона при объемном напряженном состоянии. Полученные в результате функции связи между интенсивностью напряжений и деформаций в сложонапряженном бетоне соответствуют физи-

ческим принципам деформирования, обладают достаточной точностью и могут быть рекомендованы для практического применения при проектировании железобетонных конструкций.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Zhou W., Feng P., Lin H. Constitutive relations of coral aggregate concrete under uniaxial and triaxial compression // *Construction and Building Materials*. 2020. Vol. 251. P. 118957. DOI: 10.1016/J.CONBUILDMAT.2020.118957
2. Tu H., Zhou H., Lu J., Gao Y., Shi L. Elastoplastic coupling analysis of high-strength concrete based on tests and the Mohr-Coulomb criterion // *Construction and Building Materials*. 2020. Vol. 255. P. 119375. DOI: 10.1016/J.CONBUILDMAT.2020.119375
3. Zhao L., Zhang L., Mao J., Liu Z. An elastoplastic damage model of concrete under cyclic loading and its numerical implementation // *Engineering Fracture Mechanics*. 2022. Vol. 273. P. 108714. DOI: 10.1016/J.ENGFRACMECH.2022.108714
4. Lu D., Su C., Zhou X., Wang G., Du X. A cohesion-friction combined hardening plastic model of concrete with the nonorthogonal flow rule: Theory and numerical implementation // *Construction and Building Materials*. 2022. Vol. 325. P. 126586. DOI: 10.1016/J.CONBUILDMAT.2022.126586
5. Wang G., Lu D., Zhou X., Wu Y., Du X., Xiao Y. A stress-path-independent damage variable for concrete under multiaxial stress conditions // *International Journal of Solids and Structures*. 2020. Vol. 206. Pp. 59–74. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2020.09.012
6. Lu D.X., Nguyen N.H.T., Bui H.H. A cohesive viscoelastic-elastoplastic-damage model for DEM and its applications to predict the rate- and time-dependent behaviour of asphalt concretes // *International Journal of Plasticity*. 2022. Vol. 157. P. 103391. DOI: 10.1016/J.IJPLAS.2022.103391
7. Корсун В.И., Карпенко С.Н., Макаренко С.Ю., Недорезов А.В. Современные критерии прочности для бетонов при объемных напряженных состояниях // *Строительство и реконструкция*. 2021. № 5 (97). С. 16–30. DOI: 10.33979/2073-7416-2021-97-5-16-30. EDN HYNCLS.
8. Панфилов Д.А., Пищулев А.А., Гимадетдинов К.И. Обзор существующих диаграмм деформирования бетона при сжатии в отечественных и зарубежных нормативных документах // *Промышленное и гражданское строительство*. 2014. № 3. С. 80–84. EDN RYGLKB.
9. Римшин В.И., Кришан А.Л., Мухаметзянов А.И. Построение диаграммы деформирования одноосно сжатого бетона // *Вестник МГСУ*. 2015. № 6. С. 23–31. EDN TYCWVB.
10. Мурашкин В.Г. К вопросу применения моделей деформирования бетона при реконструкции // *Эксперт: теория и практика*. 2022. № 4 (19). С. 41–44. DOI: 10.51608/26867818_2022_4_41. EDN YODXVE.
11. Трещев А.А., Захарова И.А., Судакова И.А. О вариантах выбора диаграмм деформирования композитных материалов и не только // *Эксперт: теория и практика*. 2022. № 2 (17). С. 81–90. DOI: 10.51608/26867818_2022_2_81. EDN DJPYVA.
12. Берг О.Л. Физические основы теории прочности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1962. 96 с.
13. Гвоздев А.А. О перераспределении усилий в статически неопределимых железобетонных обычных и предварительно напряженных конструкциях. М.: Госстройиздат, 1955. 127 с.
14. Холмянский М.М., Коган Е.А. О прочности и трещиностойкости нормированного бетона при неоднородном растяжении с контролем деформаций и усилий // *Предельные состояния бетонных и железобетонных сооружений: мат. конференций и совещаний по гидротехнике*. 1982. С. 202–205.
15. Бондаренко В.М. Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона. Харьков, 1968. 324 с.
16. Карпенко Н.И., Ярмаковский В.Н., Карпенко С.Н., Кадиев Д.З. О построении диаграммного метода расчета стержневых железобетонных конструкций в условиях действия низких отрицательных температур // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2018. № 6 (714). С. 5–17. EDN AJBMUG.
17. Ерышев В.А., Тошин Д.С. Диаграмма деформирования бетона при многократных повторных нагружениях // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. 2005. № 10 (562). С. 109–114. EDN PFAKVN.
18. Безгодов И.М., Левченко П.Ю. К вопросу о методике получения полных диаграмм деформирования бетона // *Технологии бетонов*. 2013. № 10 (87). С. 34–36. EDN SYTIYL.
19. Радайкин О.В. Сравнительный анализ различных диаграмм деформирования бетона по критерию энергозатрат на деформирование и разрушение // *Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова*. 2019. № 10. С. 29–39. DOI: 10.34031/article_5db33945315bb4.76965991. EDN MPQNB.
20. Селяев В.П., Селяев П.В., Алимов М.Ф., Сорочкин Е.В. Аналитическое описание диаграмм деформирования бетона для расчета прогибов пластин из нелинейно деформируемого материала // *Строй-*

тельство и реконструкция. 2018. № 3 (77). С. 22–30. EDN OVHMHN.

21. Тамразян А.Г., Черник В.И. Диаграмма деформирования бетона, ограниченного дискретной композитной обшивкой // Промышленное и гражданское строительство. 2020. № 8. С. 43–53. DOI: 10.33622/0869-7019.2020.08.43-53. EDN JSBMLZ.

22. Адищев В.В., Березина Э.В., Еришова Н.В. Экспериментальная апробация метода трансформации эталонных диаграмм деформирования бетона при изгибе // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2011. № 8–9 (632–633). С. 118–124. EDN OZNFUR.

23. Murashkin V., Murashkin G. Application of concrete deformation model for calculation of bearing

capacity of reinforced concrete structures // MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 196. P. 04008. DOI: 10.1051/mateconf/201819604008

24. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. М. : Стройиздат, 1974. 316 с.

25. Karpenko N.I., Eryshev V.A., Rimshin V.I. The Limiting Values of Moments And Deformations Ratio in Strength Calculations Using Specified Material Diagrams // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 463. P. 032024. DOI: 10.1088/1757-899X/463/3/032024

26. Гвоздев А.А. Прочность бетона при двухосном напряженном состоянии // Бетон и железобетон. 1974. № 7. С. 10–11.

Поступила в редакцию 13 января 2025 г.

Принята в доработанном виде 25 марта 2025 г.

Одобрена для публикации 26 марта 2025 г.

ОБ АВТОРАХ: **Нгок Туен Ву** — кандидат технических наук, доцент кафедры фундаментального образования; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; SPIN-код: 2566-4260; РИНЦ ID: 832264, Scopus: 57193453366, ResearcherID: AAG-4024-2020, ORCID: 0000-0003-1847-4303; WuNgokTuen@gic.mgsu.ru;

Евгения Николаевна Полякова — студентка; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; evgeniapolakova256@gmail.com.

Вклад авторов:

Ву Н.Т. — научное руководство, концептуализация, курирование данных и подготовка первоначального проекта.

Полякова Е.Н. — методология, формальный анализ, подготовка первоначального проекта, визуализация.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. Zhou W., Feng P., Lin H. Constitutive relations of coral aggregate concrete under uniaxial and triaxial compression. *Construction and Building Materials*. 2020; 251:118957. DOI: 10.1016/J.CONBUILDMAT.2020.118957

2. Tu H., Zhou H., Lu J., Gao Y., Shi L. Elastoplastic coupling analysis of high-strength concrete based on tests and the Mohr-Coulomb criterion. *Construction and Building Materials*. 2020; 255:119375. DOI: 10.1016/J.CONBUILDMAT.2020.119375

3. Zhao L., Zhang L., Mao J., Liu Z. An elastoplastic damage model of concrete under cyclic loading and its numerical implementation. *Engineering Fracture Mechanics*. 2022; 273:108714. DOI: 10.1016/J.ENGFRACTMECH.2022.108714

4. Lu D., Su C., Zhou X., Wang G., Du X. A cohesion-friction combined hardening plastic model of concrete with the nonorthogonal flow rule: Theory and numerical implementation. *Construction and Building Materials*. 2022; 325:126586. DOI: 10.1016/J.CONBUILDMAT.2022.126586

5. Wang G., Lu D., Zhou X., Wu Y., Du X., Xiao Y. A stress-path-independent damage variable for concrete under multiaxial stress conditions. *International Journal of Solids and Structures*. 2020; 206:59-74. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2020.09.012

6. Lu D.X., Nguyen N.H.T., Bui H.H. A cohesive viscoelastic-elastoplastic-damage model for DEM and its applications to predict the rate- and time-dependent behaviour of asphalt concretes. *International Journal of Plasticity*. 2022; 157:103391. DOI: 10.1016/J.IJPLAS.2022.103391

7. Korsun V.I., Karpenko S.N., Makarenko S.Yu., Nedoresov A.V. Modern strength criteria for concrete under triaxial stress states. *Building and Reconstruction*. 2021; 5(97):16-30. DOI: 10.33979/2073-7416-2021-97-5-16-30. EDN HYNCLS. (rus.).

8. Panfilov D.A., Pischulev A.A., Gimadetdinov K.I. Review of diagrams of concrete deformation under compression in national and foreign concrete codes. *Industrial and Civil Engineering*. 2014; 3:80-84. EDN RYGLKB. (rus.).

9. Rimshin V.I., Krishan A.L., Mukhametzaynov A.I. Constructing a deformation diagram of uniaxially compressed concrete. *Vestnik MGSU [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]*. 2015; 6:23-31. EDN TYCWVB. (rus.).
10. Murashkin V.G. About application of concrete deformation models in reconstruction. *Expert: Theory and Practice*. 2022; 4(19):41-44. DOI: 10.51608/26867818_2022_4_41. EDN YODXVE. (rus.).
11. Treschev A.A., Zakharova I.A., Sudakova I.A. Selection of diagrams for deformation of composite materials and more. *Expert: Theory and Practice*. 2022; 2(17):81-90. DOI: 10.51608/26867818_2022_2_81. EDN DJPYVA. (rus.).
12. Berg O.L. *Physical foundations of the theory of strength of concrete and reinforced concrete*. Moscow, Stroyizdat, 1962; 96. (rus.).
13. Gvozdev A.A. *On the redistribution of forces in statically indeterminate reinforced concrete conventional and prestressed structures*. Moscow, Gosstroyizdat, 1955; 127. (rus.).
14. Kholmyanskiy M.M., Kogan Ye.A. On the strength and crack resistance of standardized concrete under non-uniform tension with control of deformations and forces. *Limit states of concrete and reinforced concrete structures : materials of conferences and meetings on hydraulic engineering*. 1982; 202-205. (rus.).
15. Bondarenko V.M. *Some issues of nonlinear theory of reinforced concrete*. Khar'kov, 1968; 324. (rus.).
16. Karpenko N.I., Yarmakovskiy V.N., Karpenko S.N., Kadiev D.Z. On the construction of the diagram of calculation method of rod structures under the action of low negative temperatures. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2018; 6(714):5-17. EDN AJBMUG. (rus.).
17. Eryshev V.A., Toshin D.S. Concrete deformation diagram under repeated few loads. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2005; 10(562):109-114. EDN PFAKVN. (rus.).
18. Bezgodov I.M., Levchenko P.Yu. To the question about the method of obtaining concrete deformation complete diagrams. *Concrete Technologies*. 2013; 10(87):34-36. EDN SYTIYL. (rus.).
19. Radaikin O. Comparative analysis of various diagrams of concrete deformation according to the criterion of energy consumption for deformation and destruction. *Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov*. 2019; 10:29-39. DOI: 10.34031/article_5db33945315bb4.76965991. EDN MPQNB. (rus.).
20. Selyaev V.P., Selyaev P.V., Alimov M.F., Sorokin E.V. Analytical description of concrete deformation diagrams for the calculation of plastic surfaces from nonlinearly deformable material. *Building and Reconstruction*. 2018; 3(77):22-30. EDN OVHMHN. (rus.).
21. Tamrazyan A.G., Chernik V.I. Stress-strain model for concrete confined by a discrete FRP-jackets. *Industrial and Civil Engineering*. 2020; 8:43-53. DOI: 10.33622/0869-7019.2020.08.43-53. EDN JSBMLZ. (rus.).
22. Adishchev V.V., Berezina E.V., Yershova N.V. Experimental testing of the method for transforming reference diagrams of concrete deformation under bending. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2011; 8-9(632-633):118-124. EDN OZNFUR. (rus.).
23. Murashkin V., Murashkin G. Application of concrete deformation model for calculation of bearing capacity of reinforced concrete structures. *MATEC Web of Conferences*. 2018; 196:04008. DOI: 10.1051/mateconf/201819604008
24. Geniyev G.A., Kissyuk V.N., Tyupin G.A. *Theory of Plasticity of Concrete and Reinforced Concrete*. Moscow, Stroyizdat, 1974; 316. (rus.).
25. Karpenko N.I., Eryshev V.A., Rimshin V.I. The Limiting Values of Moments And Deformations Ratio in Strength Calculations Using Specified Material Diagrams. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018; 463:032024. DOI: 10.1088/1757-899X/463/3/032024
26. Gvozdev A.A. Strength of concrete under biaxial stress state. *Concrete and Reinforced Concrete*. 1974; 7:10-11. (rus.).

Received January 13, 2025.

Adopted in revised form on March 25, 2025.

Approved for publication on March 26, 2025.

BIONOTES: **Ngoc Tuyen Vu** — Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Fundamental Education; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; SPIN-code: 2566-4260; ID RSCI: 832264, Scopus: 57193453366, ResearcherID: AAG-4024-2020, ORCID: 0000-0003-1847-4303; WuNgokTuen@gic.mgsu.ru;

Evgenia N. Polyakova — student; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; evgeniapolyakova256@gmail.com.

Contribution of the authors:

Ngoc Tuyen Vu — scientific guidance, conceptualization, curation of data and preparation of the initial draft.

Evgenia N. Polyakova — methodology, formal analysis, initial draft preparation, visualization.

The authors declare no conflicts of interest.