

Обобщенные параметры композитных мембранных конструкций

Александр Романович Туснин, Екатерина Константиновна Грачева
Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИИ МГСУ); г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Знание ключевых параметров, определяющих работу несущих систем, позволяет обеспечить безопасную, рациональную и экономичную эксплуатацию зданий и сооружений. Для мембранных систем с размещенным на мембране бетонным слоем определены относительные обобщенные параметры, определяющие работу композитных мембранных конструкций.

Материалы и методы. Рассмотрены мембранные системы с прямолинейным опорным контуром, жестко закрепленным на опорах, и прикрепленной к нему плоской стальной мембраной. Расчеты выполнены для конструкции двух размеров в плане. Первая: $a = b = 6$ м с толщиной мембраны 1 и 2 мм. Вторая: $a = b = 12$ м с толщиной мембраны 2 и 3 мм. На мембрану уложен слой бетона В30, равный для первой модели 50 и 40 мм, для второй 100 и 60 мм. Конструкция по свободному краю мембраны нагружена нагрузкой q , действующей в плоскости мембраны.

Результаты. Численные расчеты, проведенные с использованием метода конечных элементов, показали, что увеличение относительной продольной жесткости бетонного слоя приводит к снижению изгибающего момента, продольных усилий в контуре и напряжений в мембране. Это увеличивает жесткость и несущую способность конструкции. Установлено, что путем изменения параметров жесткости бетонного слоя можно значительно повысить эффективность конструкции.

Выводы. Размещение на мембране бетонного слоя значительно повышает эксплуатационную надежность конструкции, уменьшает усилия в опорном контуре, снижает прогибы и напряжения в мембране. Относительные обобщенные параметры мембранных систем с бетонным слоем можно использовать для оценки напряженно-деформированного состояния провисающих мембранных покрытий на прямоугольном плане с плоским опорным контуром.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: мембранные конструкции, опорный контур, относительная продольная жесткость бетонного слоя, изгибная жесткость, продольная жесткость, метод конечных элементов

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Туснин А.Р., Грачева Е.К. Обобщенные параметры композитных мембранных конструкций // Вестник МГСУ. 2025. Т. 20. Вып. 5. С. 694–708. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.5.694-708

Автор, ответственный за переписку: Екатерина Константиновна Грачева, ketrincat1@yandex.ru.

Generalized parameters of composite membrane structures

Aleksandr R. Tusnin, Ekaterina K. Gracheva
Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU);
Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. Knowledge of the key parameters that determine the operation of load-bearing systems makes it possible to ensure safe, rational and economical operation of buildings and structures. The paper defines the relative generalized parameters that determine the operation of composite membrane structures for membrane systems with a concrete layer placed on the membrane.

Materials and methods. Membrane systems with a rectilinear support contour rigidly fixed on supports and a flat steel membrane attached to it are considered. The calculations were performed for the construction of two dimensions in the plan. The first one is: $a = b = 6$ m with a membrane thickness of 1 and 2 mm. The second one is: $a = b = 12$ m with a membrane thickness of 2 and 3 mm. A layer of concrete B30 is laid on the membrane, equal to 50 and 40 mm for the first model, and 100 and 60 mm for the second. The structure along the free edge of the membrane is loaded with a load q acting in the plane of the membrane.

Results. Numerical calculations performed using the finite element method have shown that an increase in the relative longitudinal stiffness of the concrete layer leads to a decrease in bending moment, longitudinal forces in the contour and stresses in the membrane. This increases the rigidity and load-bearing capacity of the structure. It was found that by changing the stiffness parameters of the concrete layer, the efficiency of the structure can be significantly improved.

Conclusions. The placement of a concrete layer on the membrane significantly increases the operational reliability of the structure, reduces forces in the support circuit, and reduces deflections and stresses in the membrane. The relative generalized parameters of membrane systems with a concrete layer can be used to assess the stress-strain state of sagging membrane coatings on a rectangular plan with a flat support contour.

KEYWORDS: membrane structures, support contour, relative longitudinal stiffness of the concrete layer, bending stiffness, longitudinal stiffness, finite element method

FOR CITATION: Tusnin A.R., Gracheva E.K. Generalized parameters of composite membrane structures. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2025; 20(5):694-708. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.5.694-708 (rus.).

Corresponding author: Ekaterina K. Gracheva, ketrincat1@yandex.ru.

ВВЕДЕНИЕ

Мембранные конструкции — это несущие системы, образованные опорным контуром и пролетной частью в виде металлической мембраны (тонколистовой оболочки). В отличие от традиционных решений, мембранные конструкции обеспечивают минимальный вес и строительную высоту покрытия при высокой прочности и долговечности¹ [1]. Они позволяют создавать легкие, экономичные и выразительные покрытия больших пролетов. Такие конструкции находят широкое применение в спортивных сооружениях, выставочных центрах, транспортной инфраструктуре и других объектах с большими общественными пространствами. Мембранные конструкции могут иметь круглый, овальный или прямоугольный план и выполняются из стали или алюминиевых сплавов, демонстрируют высокую эффективность за счет рационального распределения усилий и использования возможностей современных материалов² [2].

В России накоплен большой опыт проектирования, строительства и эксплуатации большепролетных мембранных покрытий³ [3, 4]. Основы расчета и проектирования мембранных покрытий заложены российскими учеными, что дало возможность построить ряд уникальных зданий и сооружений [5, 6].

Помимо уникальных, мембранные покрытия успешно используются в зданиях различного, в том числе и массового, применения [7–9]. Проведены исследования мембранных покрытий пролетами 12–36 м [10–12], которые показали возможность использования мембранных конструкций в качестве покрытий зданий с обычными пролетами. Несмотря на очевидные преимущества, применение мембранных конструкций в России пока остается ограниченным, так как обычно в качестве области их использования рассматриваются прежде всего большепролетные сооружения. Покрытия пролетами меньше 30–36 м обычно выполняются с помо-

щью традиционных железобетонных или металлических конструкций, что связано как с недостатком нормативной базы, так и с отсутствием унифицированных проектных решений [13].

В настоящее время методика экспериментальных и теоретических исследований мембранных конструкций хорошо отработана⁴. Это позволяет решать сложные задачи по применению различных типов мембранных конструкций при действии статических [14] и динамических [15, 16] нагрузок. Кроме металлических мембран находят применение мембранные системы с использованием тканевых мембранных материалов [17], для которых, кроме несущей способности, изучаются вопросы потерь тепла при использовании светопрозрачных тканевых материалов [18].

Российскими учеными исследовались и внедрялись в практику строительства висячие железобетонные оболочки с внешним листовым армированием [19, 20]. Эти системы представляют собой провисающие покрытия, у которых мембрана закреплена на податливом опорном контуре. На мембрану после монтажа покрытия в проектное положение, как на несъемную опалубку, укладывается бетон, который после набора прочности формирует оболочку переменной толщины. При действии на покрытие расчетной нагрузки мембрана растягивается, а бетонная оболочка будет работать на сжатие и изгиб. Сформированная таким образом несущая система является сталежелезобетонной или композитной конструкцией, в которой максимально полно используются особенности работы образующих ее материалов. Такие покрытия по сравнению с металлическими мембранными системами обладают увеличенным собственным весом при повышенной жесткости и несущей способности.

В НИУ МГСУ сейчас разрабатывается композитная мембранная конструкция для применения в качестве перекрытий многоэтажных зданий со стальным каркасом. Проведенные экспериментальные и теоретические исследования [21] подтвердили работоспособность подобных систем. Представляет значительный научный и практический интерес изучение зависимости напряженно-деформированного состояния (НДС) композитных мембранных конструкций от их основных геометрических и жесткостных параметров.

⁴ Рекомендации по проектированию и применению железобетонных (с внешним листовым армированием) висячих покрытий при реконструкции предприятий без остановки производства. М., 1984. 32 с.

¹ Еремеев П.Г. Пространственные тонколистовые металлические конструкции покрытий. М.: Изд-во Ассоц. строит. вузов, 2006. 560 с.

² Мембранные конструкции зданий и сооружений. В 2 ч. / ЦНИИ строит. конструкций им. В.А. Кучеренко; под общ. ред. В.И. Трофимова, П.Г. Еремеева. М.: Стройиздат, 1990. 445 с.

³ Рекомендации по проектированию мембранных покрытий на прямоугольном плане для реконструируемых зданий и сооружений. 2-е изд. исправ. и доп. / ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. М., 1989. 90 с.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Рассмотрим мембранную систему с прямолинейным опорным контуром, жестко закрепленным на опорах, и прикрепленной к нему плоской стальной мембраной. На мембрану уложен слой бетона, который за счет работы на сжатие способен воспринимать часть цепных усилий в мембране, перпендикулярных контуру и передаваемых на него. Конструкция по свободному краю мембраны нагружена нагрузкой q , действующей в плоскости мембраны. На рис. 1 показана простая мембранная модель.

Изгибная жесткость контура — $(EI)_k$, продольная жесткость — $(EA)_k$. Пролет опорного контура — $2a$, ширина мембраны — a , толщина — t , модуль упругости — E . Кроме мембраны в состав конструкции включена бетонная плита толщиной t_b , модуль упругости E_b . На рис. 1 приведена исследуемая схема.

Мембрана жестко крепится к опорному контуру. Железобетонный слой крепится к опорному контуру с возможностью восприятия только сжимающих усилий, передаваемых с опорного контура на железобетон. По свободной стороне на бетонный слой наложены связи в направлении оси Y . При исследовании принято, что силы трения между мембраной и бетонным слоем отсутствуют.

Ранее установлено [3], что из-за изгиба контура происходит перераспределение усилий в мембране и на контур действует неравномерная нагрузка, суммарно равная действию равномерно распределенной нагрузки q на свободный край мембраны. Диф-

ференциальное уравнение изогнутой оси опорного контура имеет вид:

$$(EI)_k \frac{\delta^4 v}{\delta x^4} - N_y + N_b = 0, \tag{1}$$

где

$$\begin{aligned} N_y &= \frac{Et}{1-\mu^2} \left(\frac{\delta v}{\delta y} + \mu \frac{\delta u}{\delta x} \right); \\ N_{yb} &= \frac{E_b t_b}{1-\mu_b^2} \left(\frac{\delta v}{\delta y} + \mu_b \frac{\delta u}{\delta x} \right), \end{aligned} \tag{2}$$

N_y и N_{yb} — распределенные в мембране и бетонном слое усилия нормальные к контуру по линии контакта мембраны с опорным контуром. Разные знаки этих усилий означают, что цепные усилия в мембране изгибают опорный контур, а отпор бетонного слоя препятствует изгибу контура.

В выражениях (1) и (2) $(EI)_k$ — жесткость контура на изгиб в плоскости мембраны; E и t — модуль упругости и толщина мембраны; E_b и t_b — модуль упругости и толщина бетонного слоя; μ — коэффициент Пуассона для мембраны; μ_b — коэффициент Пуассона для бетонного слоя; u и v — перемещения кромки мембраны, параллельные осям X и Y соответственно.

Введем безразмерные параметры конструкции [3]:

$$\bar{u} = ua/t^2; \bar{v} = va/t^2; \xi = x/a; \eta = y/a.$$

С учетом принятых относительных параметров координаты и перемещения можно представить в виде выражений:

$$u = \bar{u} t^2/a; v = \bar{v} t^2/a; x = \xi a; y = \eta a.$$

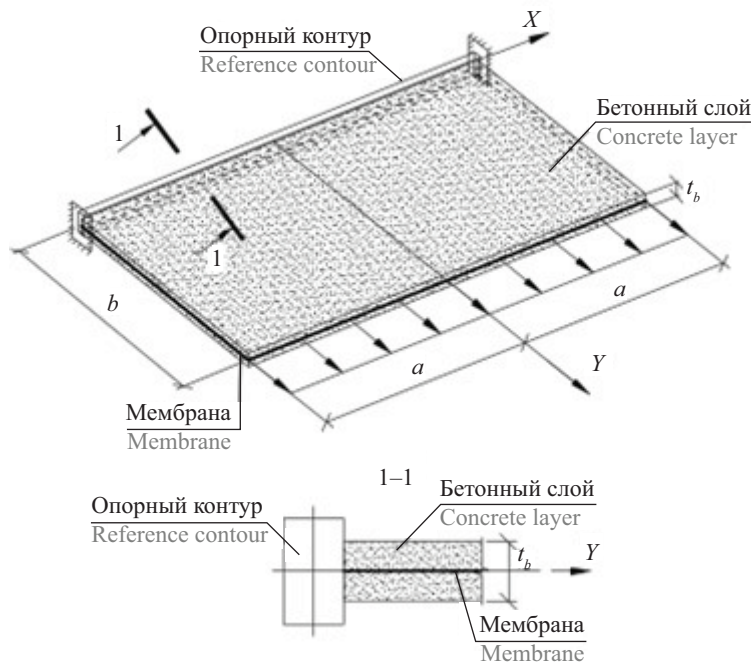


Рис. 1. Схема простой мембранной модели

Fig. 1. Diagram of a simple membrane model

Подставив выраженные через безразмерные параметры перемещения и координаты в формулы (1) и (2), получим:

$$(EI)_k \frac{t^2}{a} \frac{\delta^4 \bar{v}}{a^4 \delta \xi^4} - N_y + N_b = 0; \quad (3)$$

$$N_y = \frac{Et}{1-\mu^2} \left(\frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{v}}{a \delta \eta} + \mu \frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{u}}{a \delta \xi} \right),$$

$$N_{yb} = \frac{E_b t_b}{1-\mu_b^2} \left(\frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{v}}{a \delta \eta} + \mu_b \frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{u}}{a \delta \xi} \right). \quad (4)$$

Подставив в формулу (3) выражения для цепных усилий в мембране и отпора бетонного слоя (4), получим:

$$(EI)_k \frac{t^2}{a} \frac{\delta^4 \bar{v}}{a^4 \delta \xi^4} - \frac{Et}{1-\mu^2} \left(\frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{v}}{a \delta \eta} + \mu \frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{u}}{a \delta \xi} \right) + \frac{E_b t_b}{1-\mu_b^2} \left(\frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{v}}{a \delta \eta} + \mu_b \frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{u}}{a \delta \xi} \right) = 0. \quad (5)$$

Поделив выражение (5) на $\frac{Et t^2}{a}$, получим:

$$\frac{(EI)_k}{Eta^3} \frac{\delta^4 \bar{v}}{\delta \xi^4} - \frac{1}{1-\mu^2} \left(\frac{\delta \bar{v}}{\delta \eta} + \mu \frac{\delta \bar{u}}{\delta \xi} \right) + \frac{E_b t_b}{Et(1-\mu_b^2)} \left(\frac{\delta \bar{v}}{\delta \eta} + \mu_b \frac{\delta \bar{u}}{\delta \xi} \right) = 0. \quad (6)$$

Обозначим:

$$\bar{n} = \frac{(EI)_k}{Eta^3} \text{ — относительная изгибная жесткость контура}; \quad (7)$$

$$\bar{g} = \frac{E_b t_b}{Et} \text{ — относительная продольная жесткость бетонного слоя}. \quad (8)$$

После подстановки выражений (7) и (8) в (6) получим следующую зависимость работы контура на изгиб с учетом передачи нагрузки на него растянутой мембраной при наличии отпора бетонного слоя, уложенного на мембрану:

$$\bar{n} \frac{\delta^4 \bar{v}}{\delta \xi^4} - \frac{1}{1-\mu^2} \left(\frac{\delta \bar{v}}{\delta \eta} + \mu \frac{\delta \bar{u}}{\delta \xi} \right) + \frac{\bar{g}}{1-\mu_b^2} \left(\frac{\delta \bar{v}}{\delta \eta} + \mu_b \frac{\delta \bar{u}}{\delta \xi} \right) = 0. \quad (9)$$

Таким образом, для системы, образованной опорным контуром, мембраной и уложенным на мембрану бетонным слоем, определяющими параметрами являются пролет конструкции, изгибная жесткость контура, продольные жесткости мембраны и бетонного слоя. Установлено, что можно сформировать из указанных параметров обобщенные величины: относительную изгибную жесткость и относительную продольную жесткость бетонного слоя.

В мембране по линии ее крепления к изгибаемому контуру возникают касательные усилия, действующие вдоль продольной оси контура и ведущие к сжатию контура. Дифференциальное уравнение сжатого контура имеет вид:

$$(EA)_k \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} - N_{xy} = 0, \quad (10)$$

$$\text{где } N_{xy} = \frac{Et}{1-\mu^2} \left(\frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta y} \right) + \frac{E_b t_b}{1-\mu_b^2} \left(\frac{\delta v}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta y} \right), \quad (11)$$

N_{xy} — касательные погонные усилия в мембране и бетонном слое по линии их соединения с контуром. Погонные усилия действуют вдоль оси контура.

Подставив в выражение (10) (11) и трансформировав его с использованием относительных перемещений и координат, получим:

$$(EA)_k \frac{t^2}{a} \frac{\delta^2 \bar{v}}{a^2 \delta \xi^2} - \frac{Et}{1-\mu^2} \left(\frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{v}}{a \delta \xi} + \mu \frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{u}}{a \delta \eta} \right) - \frac{E_b t_b}{1-\mu_b^2} \left(\frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{v}}{a \delta \xi} + \mu \frac{t^2}{a} \frac{\delta \bar{u}}{a \delta \eta} \right) = 0. \quad (12)$$

Поделив выражение (12) на $\frac{Et t^2}{a}$, получим:

$$\frac{(EA)_k}{Eta} \frac{\delta^2 \bar{v}}{\delta \xi^2} - \frac{1}{1-\mu^2} \left(\frac{\delta \bar{v}}{\delta \xi} + \frac{\delta \bar{u}}{\delta \eta} \right) - \frac{E_b t_b}{Et(1-\mu_b^2)} \left(\frac{\delta \bar{v}}{\delta \xi} + \frac{\delta \bar{u}}{\delta \eta} \right) = 0. \quad (13)$$

Обозначим:

$$\bar{k} = \frac{(EA)_k}{Eta} \text{ — относительная продольная жесткость контура}. \quad (14)$$

После подстановки формул (14) и (8) в (13) получим следующую зависимость работы контура на сжатие с учетом передачи нагрузки на него растянутой мембраной при наличии отпора бетонного слоя, уложенного на мембрану:

$$\bar{k} \frac{\delta^2 \bar{v}}{\delta \xi^2} - \frac{1}{1-\mu^2} \left(\frac{\delta \bar{v}}{\delta \xi} + \frac{\delta \bar{u}}{\delta \eta} \right) + \frac{\bar{g}}{1-\mu_b^2} \left(\frac{\delta \bar{v}}{\delta \xi} + \frac{\delta \bar{u}}{\delta \eta} \right) = 0. \quad (15)$$

Следовательно, кроме параметров конструкции, определяющих изгиб контура, влияют на работу контура будет и его продольная жесткость.

Уравнения (9) и (15) записаны в относительном виде. Поэтому можно ожидать, что в разных по абсолютным параметрам мембранных конструкциях с бетонным слоем на мембране при одинаковых относительных параметрах $\bar{k}$, $\bar{n}$, $\bar{g}$ перемещения и усилия можно получить с учетом поправочных коэффициентов, зависящих от относительных параметров.

Табл. 1. Геометрические характеристики, толщина мембраны и бетонного слоя рассматриваемых мембранных моделей
Table 1. Geometric characteristics, thickness of membrane and concrete layer, considered membrane models

Параметры Parameters	1-й вариант 1 option		2-й вариант 2 option	
$a, \text{ м}$ m	6	12	6	12
$t, \text{ м}$ m	0,001	0,002	0,002	0,003
$t_b, \text{ м}$ m	0,05	0,1	0,04	0,060
$E, \text{ МПа}$ MPa	206 000	206 000	206 000	206 000
$E_b, \text{ МПа}$ MPa	32 500	32 500	32 500	32 500
$(EA)_k, \text{ кН}$ kN	618 000	2 472 000	2 472 000	7 416 000
$(EI)_k, \text{ кН} \cdot \text{ м}^2$ $\text{kN} \cdot \text{m}^2$	4450	71 194	17 798	213 581
$\bar{k}$	0,5		1,0	
$\bar{n}$	0,0001		0,0002	
$\bar{g}$	7,89		3,16	

Для определения усилий и перемещений используем следующие соотношения:

- момента на опоре контура $M_{\text{оп}} = \alpha_1 \bar{n} p a^2 / 8$;
- момента в пролете контура $M_{\text{пр}} = \alpha_2 \bar{n} p a^2 / 8$;
- продольного усилия на опоре контура $N_{\text{оп}} = \alpha_3 \bar{n} p a$;
- продольного усилия в пролете контура $N_{\text{пр}} = \alpha_4 \bar{n} p a$;
- нормальные напряжения в мембране, перпендикулярные оси контура на опоре опорного контура $\sigma_{\text{оп}} = \beta_1 p / t$;
- нормальные напряжения в мембране, перпендикулярные оси контура в пролете опорного контура $\sigma_{\text{пр}} = \beta_2 p / t$;
- максимальные касательные напряжения в мембране $\tau_{\text{max}} = \beta_3 p / t$;
- максимальные прогибы контура $v_{\text{max}} = \gamma \bar{n} p \times a^4 / (EI)_k$.

Усилия в контуре, напряжения в мембране и прогибы контура зависят от абсолютных параметров конструкции и поправочных коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \gamma$. Предполагается, что поправочные коэффициенты зависят только от относительных параметров конструкции. Применение обобщенных параметров $\bar{k}, \bar{n}, \bar{g}$ для анализа НДС мембранных конструкций с железобетонным слоем возможно, если для мембранных систем с разными абсолютными, но одинаковыми относительными обобщенными параметрами поправочные коэффициенты в зависимостях для определения усилий, напряжений и прогибов будут совпадать.

С целью оценки возможности использования выявленных относительных параметров для изучения НДС мембранной системы с железобетонным слоем выполнены численные исследования. Это

позволило проверить возможность использования обобщенных относительных параметров для расчета мембранных систем с железобетонным слоем.

Расчеты проведены для конструкции двух размеров в плане. Первая: $a = b = 6 \text{ м}$ с толщиной мембраны 1 и 2 мм. Вторая: $a = b = 12 \text{ м}$ с толщиной мембраны 2 и 3 мм. Мембрана крепится к стальному опорному контуру. На мембрану уложен слой бетона В30, равный для первой модели 50 и 40 мм, для второй 100 и 60 мм. К противоположной стороне мембраны приложена распределенная нагрузка, равная для первой конструкции 100 кН/м, для второй 200 кН/м.

Размеры мембранных моделей, жесткостные параметры контура, толщина мембраны и слоя бетона подобраны так, чтобы при разных абсолютных параметрах относительные параметры конструкций были одинаковы. Рассмотрено два варианта относительных параметров:

- 1-й вариант: $\bar{k} = 0,5; \bar{n} = 0,0001; \bar{g} = 7,89$;
- 2-й вариант: $\bar{k} = 1,0; \bar{n} = 0,0002; \bar{g} = 3,16$.

В табл. 1 представлены параметры рассматриваемых конструкций, соответствующие указанным вариантам.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Расчеты выполнены с применением вычислительного комплекса Лира в линейной постановке. Для моделирования опорного контура использованы стержневые конечные элементы (КЭ). Мембрана моделируется четырехугольными КЭ оболочки, работающими только на растяжение, сжатие и сдвиг. Бетонный слой моделируется КЭ оболочки, испытывающими, кроме продольных и сдвиговых дефор-

маций, еще и деформации изгиба. Мембрана в конечно-элементной модели (КЭМ) непосредственно крепится к контуру.

Бетонный слой разделен на две части по толщине. Одна часть бетона толщиной, равной половине толщины бетонного слоя, размещается над мембраной на расстоянии, равном четверти толщины бетонного слоя. Вторая часть располагается под мембраной симметрично первой. Обе бетонных части соединяются с мембраной в узлах стержнями, имеющими только продольную жесткость. Взаимодействие бетонного слоя с контуром моделируется стержневыми КЭ, имеющими большую продольную жесткость и большую изгибную жесткость в плоскости, перпендикулярной оси контура. Изгибная жесткость в плоскости, параллельной оси контура, и жесткость на кручение нулевые. Это позволяет обеспечить взаимодействие контура и бетонного слоя только в направлении нормальном оси контура.

Мембранная модель имеет следующие закрепления: расположенные по оси Y узлы закреплены в направлении от линейных перемещений по оси X . На концы опорного контура наложены связи по осям Y и Z , а также трем углам поворота. На свободный край бетонного слоя наложены связи на линейные перемещения по осям Y и Z .

Сетка разбиения мембранной модели 30×15 . К свободному краю мембраны приложена равномерно распределенная нагрузка q . На рис. 2 показана КЭМ исследуемой мембранной конструкции.

На рис. 3 представлены эпюры изгибающих моментов и продольных сил в опорном контуре, на рис. 4 — изополя нормальных напряжений, перпендикулярных оси контура, и касательных напряжений в мембране для мембранной модели размером 12×6 м, выполненной по 1-му варианту относительных параметров.

Результаты проведенных численных расчетов представлены в табл. 2.

Жирным шрифтом в табл. 2 выделены поправочные коэффициенты, используемые при определении усилий в контуре, напряжений в мембране и прогибов контура. Для большинства параметров поправочные коэффициенты при одинаковых относительных параметрах совпадают и не зависят от абсолютных параметров рассчитываемой конструкции. Следовательно, установленные ранее зависимости для относительных параметров справедливы и их можно применять для оценки НДС мембранных систем с бетонным слоем, размещенным на мембране.

Ранее было установлено влияние на работу мембранных конструкций относительных жесткостей опорного контура [3]. Представляет значительный интерес изучение влияния на работу конструкции бетонного слоя. Для этого проведено исследование зависимости НДС мембранной модели от относительной продольной жесткости бетонного слоя. Численные расчеты проведены для модели размерами 12×6 м с мембраной толщиной 1 мм при $\bar{k} = 0,5$, $\bar{n} = 0,0001$. Модель загружена в плоскости мембраны равномерно распределенной нагрузкой 100 кН/м, приложенной к свободному краю мембраны. Жесткости опорного контура и толщина слоя бетона В30 на мембране варьировались в диапазоне от 5 до 100 мм. В табл. 3 приведены параметры НДС мембранной модели в зависимости от относительной продольной жесткости бетонного слоя.

На рис. 5 приведены эпюры усилий в опорном контуре и нормальные напряжения в мембране. С учетом симметрии системы все параметры представлены для левой половины конструкции.

Анализ зависимости НДС конструкции от относительных параметров мембранной модели показал, что при увеличении относительной продольной

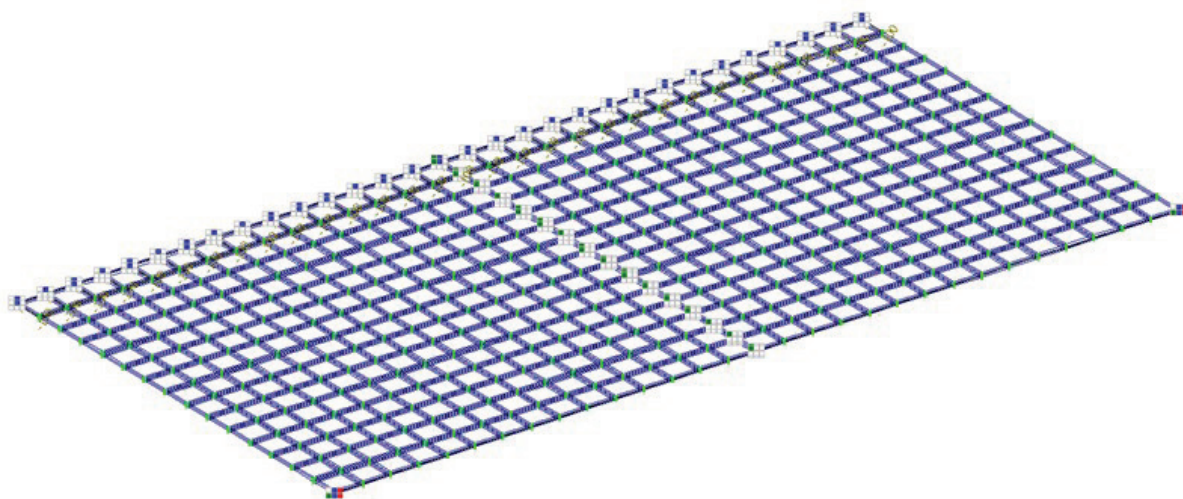


Рис. 2. Конечно-элементная модель исследуемой мембранной конструкции

Fig. 2. Finite element model of the membrane structure under study

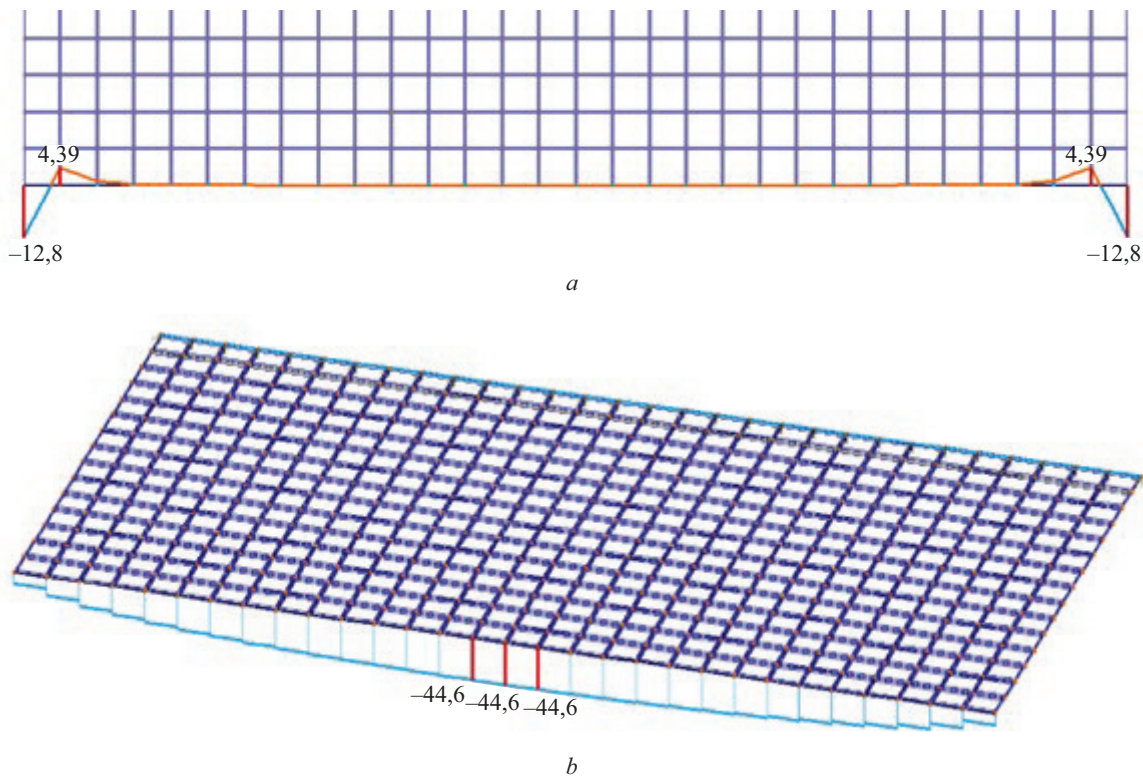
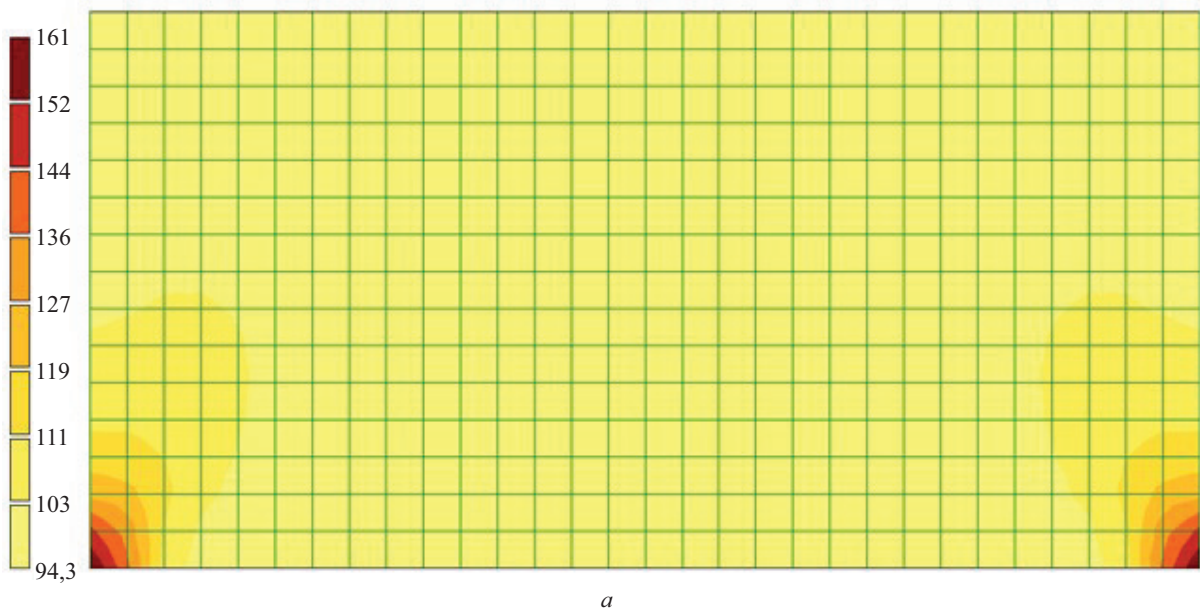


Рис. 3. Эпюры усилий в опорном контуре мембранной модели 12 × 6 м с толщиной мембраны 1 мм и слоем бетона В30 50 мм, $\bar{k} = 0,5$; $\bar{n} = 0,0001$; $\bar{g} = 7,89$: a — изгибающие моменты, кН·м; b — продольные усилия, кН

Fig. 3. Force diagrams in the support contour of a 12 × 6 m membrane model with a membrane thickness of 1 mm and a concrete layer of 50 mm, $\bar{k} = 0.5$; $\bar{n} = 0.0001$; $\bar{g} = 7.89$: a — bending moments, kN·m; b — longitudinal forces, kN

жесткости бетонного слоя уменьшаются изгибающие моменты, продольные усилия и нормальные напряжения на опоре и в середине контура. Качественно изменение НДС похоже на изменения расчетных параметров при росте относительной изгибной жесткости [3]. Из-за изгиба контура в мембране возникают нормальные растягивающие и касатель-

ные напряжения. Минимальные напряжения действуют в мембране в месте ее крепления к середине опорного контура, максимальные — на опорах. От действия касательных напряжений в опорном контуре появляется продольная сжимающая сила, максимальная в пролете и минимальная на опорах контура. Изгибающий момент качественно похож



a

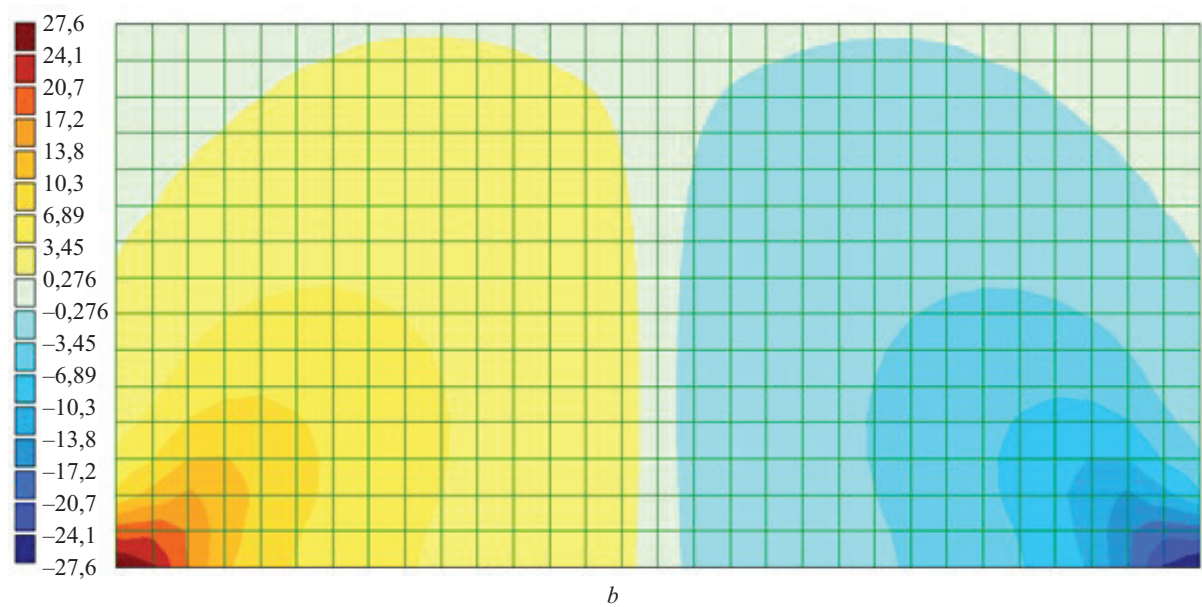


Рис. 4. Напряжения в мембране, МПа, для мембранной модели 12 × 6 м с толщиной мембраны 1 мм и слоем бетона В30 50 мм, $\bar{k} = 0,5$; $\bar{n} = 0,0001$; $\bar{g} = 7,89$: a — нормальные перпендикулярные оси контура; b — касательные

Fig. 4. Stresses in the membrane, MPa, for a 12 × 6 m membrane model with a membrane thickness of 1 mm and a concrete layer of 50 mm, $\bar{k} = 0.5$; $\bar{n} = 0.0001$; $\bar{g} = 7.89$: a — normal perpendicular to the contour axis; b — tangential

на момент в балке с защемленными опорами — в середине пролета растянуты волокна со стороны мембраны, на опорах — противоположные волокна. Продольные усилия в пролете больше, чем на опорах контура до 3,8 раза, а моменты на опорах су-

щественно (до 700 раз) превосходят моменты в пролете.

Выявлено отличие в работе мембранной системы с бетонным слоем от обычных мембранных конструкций, обусловленное развитием сжимающих

Табл. 2. Параметры напряженно-деформированного состояния мембранной модели

Параметры Parameters		1-й вариант 1 option		2-й вариант 2 option	
$\bar{k}$		0,5		1,0	
$\bar{n}$		0,0001		0,0002	
$\bar{g}$		7,89		3,16	
$a, \text{ м / m}$		6	12	6	12
$t, \text{ м / m}$		0,001	0,002	0,002	0,003
$t_b, \text{ м / m}$		0,05	0,1	0,04	0,060
$q, \text{ кН/м / kN/m}$		100	200	100	200
Изгибающие моменты в контуре Bending moments in the contour	$M_{\text{оп}}, \text{ кН}\cdot\text{м}$ $M_{op}, \text{ kN}\cdot\text{m}$	−12,849	−102,79	−33,26	−266,088
	α_1	285,5	285,5	369, 6	369,6
	$M_{\text{пр}}, \text{ кН}\cdot\text{м}$ $M_{pr}, \text{ kN}\cdot\text{m}$	0,0202	0,162	0,13	1,04
	α_2	0,449	0,450	1,44	1,44
Продольные усилия в контуре Longitudinal forces in the contour	$N_{\text{оп}}, \text{ кН}$ $N_{op}, \text{ kN}$	−12,212	−48,849	−15,672	−62,689
	α_3	20,353	20,354	13,060	13,060
	$N_{\text{пр}}, \text{ кН}$ $N_{pr}, \text{ kN}$	−44,604	−178,413	−67,962	−271,849
	α_4	74,34	74,34	56,64	56,64

Окончание табл. 2 / End of the Table 2

Параметры Parameters		1-й вариант 1 option		2-й вариант 2 option	
Напряжения в мембране Stresses in the membrane	$\sigma_{оп}$, МПа $\sigma_{оп}$, MPa	161	164	101	134,5
	β_1	1,61	1,64	2,02	2,02
	$\sigma_{пр}$, МПа $\sigma_{пр}$, MPa	94,3	94,3	45	60
	β_2	0,943	0,943	0,9	0,9
	τ_{max} , МПа τ_{max} , MPa	27,6	7,73	-17,33	23,1
	β_3	0,276	0,276	-0,347	0,347
Перемещения контура Contour movements	v_{max} , мм v_{max} , mm	0,355	0,71	0,421	1,121
	γ	0,122	0,122	0,289	0,289

напряжений в бетонном слое в зоне контакта с опорным контуром. При этом за счет включения на сжатие бетонного слоя уменьшаются перемещения кромки мембраны, прикрепленной к контуру, происходит перераспределение цепных усилий с контура на бетонный слой, напряжения в мембране в зоне контакта с опорным контуром возрастают, а усилия в опорном контуре, несмотря на это уменьшаются.

Табл. 3. Параметры напряженно-деформированного состояния мембранной модели в зависимости от относительной продольной жесткости бетонного слоя

Table. 3. Parameters of the stress-strain state of the membrane model depending on the relative longitudinal stiffness of the concrete layer

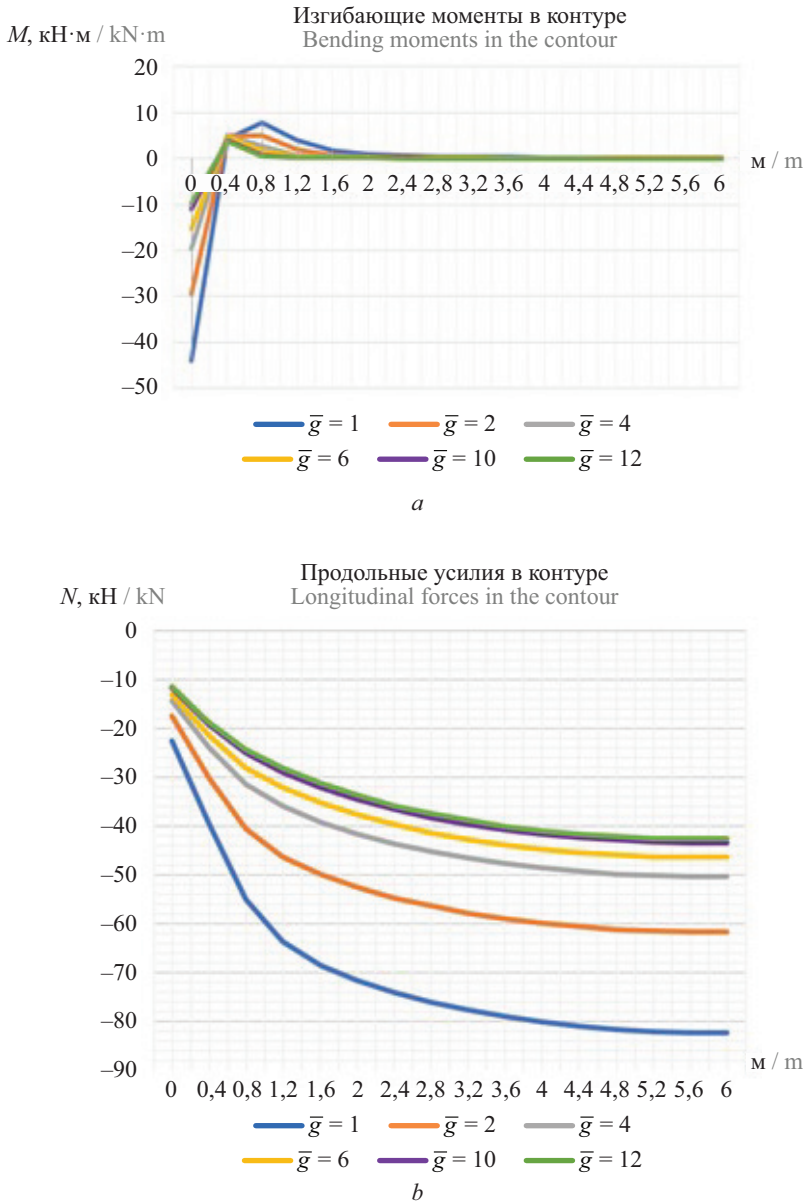
Параметры Parameters	Относительная продольная жесткость бетонного слоя $\bar{g}$ Relative longitudinal stiffness of the concrete layer $\bar{g}$						
	1,0	2,0	4,0	6,0	7,89	10	12
t_b , м / m	0,00633	0,0127	0,0253	0,038	0,05	0,0634	0,076
$M_{оп}$, кН·м $M_{оп}$, kN·m	-43,966	-29,678	-19,712	-15,33	-12,849	-10,968	-9,681
α_1	977,0	659,5	438,0	340,7	285,5	243,7	215,1
$M_{пр}$, кН·м $M_{пр}$, kN·m	0,236	0,108	0,0474	0,0288	0,0202	0,0155	0,0125
α_2	5,24	2,40	1,05	0,64	0,45	0,34	0,28
$N_{оп}$, кН $N_{оп}$, kN	-22,464	-17,516	-14,257	-12,926	-12,212	-11,694	-11,353
α_3	37,44	29,19	23,76	21,54	20,35	19,49	18,92
$N_{пр}$, кН $N_{пр}$, kN	-82,51	-61,774	-50,333	-46,444	-44,604	-43,388	-42,646
α_4	137,51	102,96	83,89	77,41	74,34	72,31	71,08
$s_{оп}$, МПа $\sigma_{оп}$, MPa	300	229	185,9	169	161	154,5	150,7
β_1	3	2,29	1,86	1,69	1,61	1,55	1,51
$\sigma_{пр}$, МПа $\sigma_{пр}$, MPa	82,3	89,3	92,7	93,9	94,3	94,6	94,8
β_2	0,82	0,89	0,93	0,94	0,94	0,95	0,95
τ_{max} , МПа τ_{max} , MPa	62,7	42,1	32,7	29,4	27,6	26,2	25,3
β_3	0,63	0,42	0,33	0,29	0,28	0,26	0,25
v_{max} , мм v_{max} , mm	2,4	1,32	0,687	0,464	0,355	0,281	0,235
γ	0,824	0,453	0,236	0,159	0,122	0,0965	0,0807

Следует отметить, что в отличие от мембранных конструкций без бетонного слоя в рассматриваемой мембранной системе включение в работу бетона ведет к формированию заметных нормальных к оси контура напряжений в пролете мембраны, что является следствием уменьшения горизонтальных перемещений контура. С ростом толщины бетонного слоя происходит снижение нормальных напряжений в мембране на опоре.

Построены графики изменения изгибающих моментов и усилий в опорном контуре, напряжений в мембране и горизонтальных перемещений контура в зависимости от относительно продольной жесткости бетонного слоя. На рис. 6 представлены зависимости изменения расчетных параметров от относительной продольной жесткости бетонного слоя для мембранной модели.

С ростом параметра $\bar{g}$ изгибающие моменты в пролете уменьшаются существенно быстрее,

чем моменты на опоре контура. Моменты в пролете в рассматриваемом диапазоне изменения $\bar{g}$ уменьшаются почти в 19 раз при уменьшении опорных моментов в 4,5 раза. Продольные усилия в контуре уменьшаются с ростом толщины бетонного слоя заметно меньше всего до 2 раз. Нормальные напряжения в мембране по линии крепления к контуру на опоре с ростом жесткости бетонного слоя уменьшаются в 2 раза, а нормальные напряжения в пролете несколько возрастают (на 15 %). Уменьшается разница между максимальными нормальными напряжениями в мембране по линии крепления к опорному контуру. Отношение максимальных нормальных напряжений к минимальным при $\bar{g} = 1$ достигает 3,7 раз, при $\bar{g} = 12$ — 1,6 раза. Касательные напряжения в мембране при изменении относительной продольной жесткости бетона уменьшаются в 2,5 раза. Прогибы контура при этом уменьшаются более чем в 10 раз.



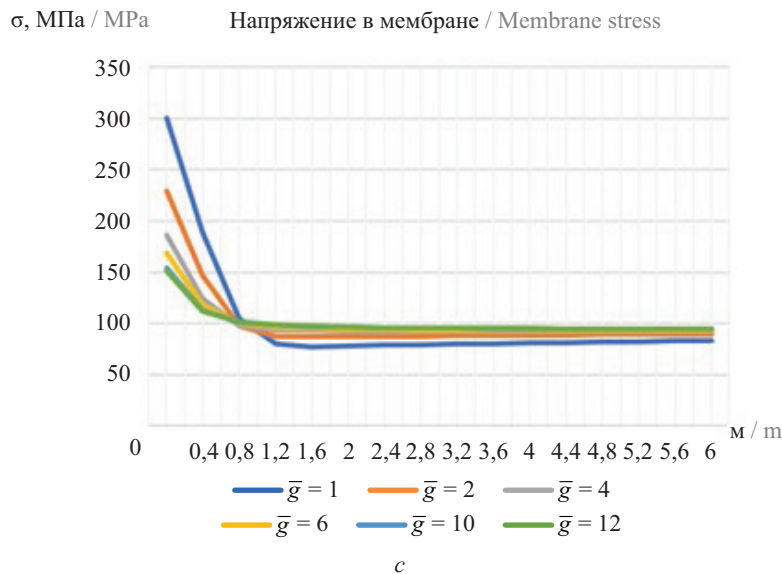
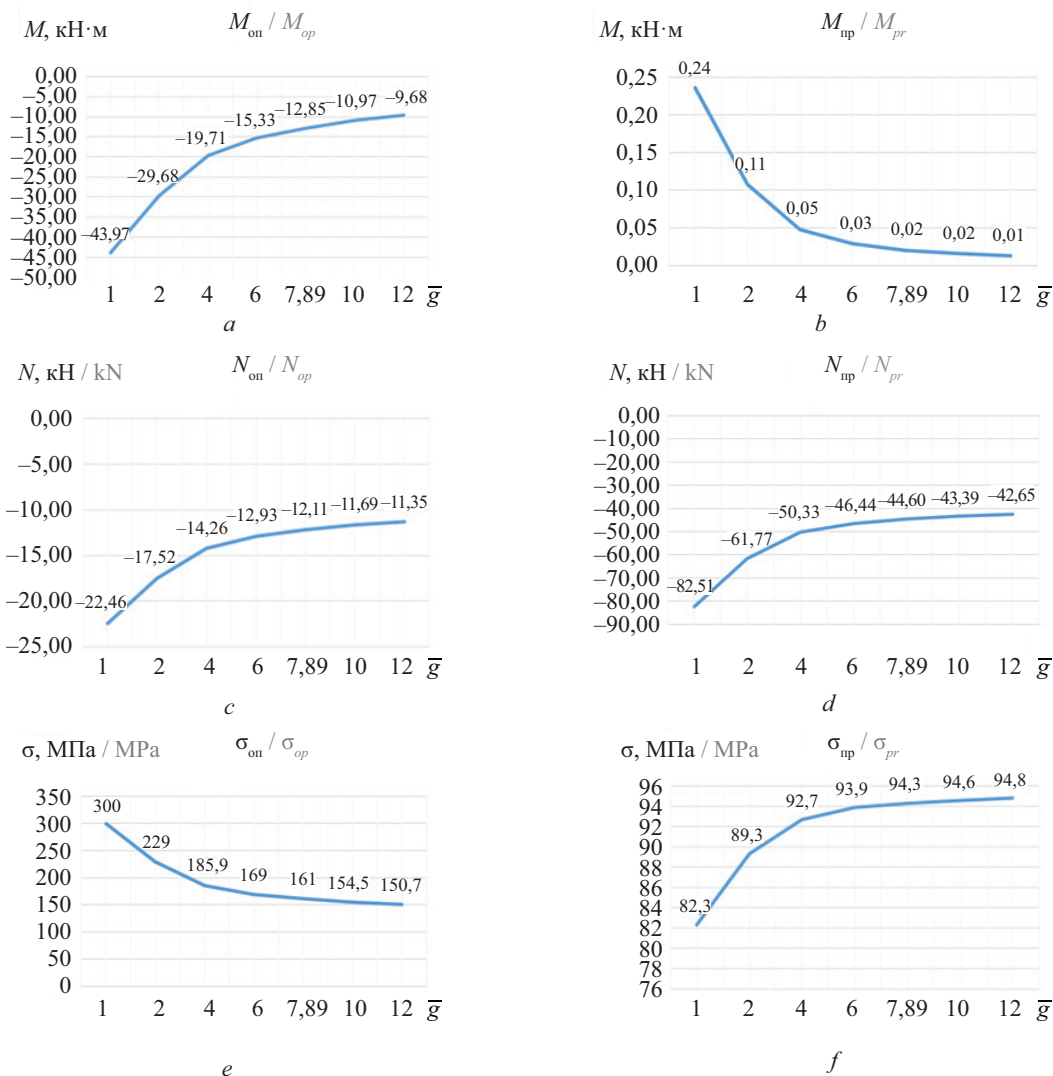


Рис. 5. Эпюры мембранной модели 12 × 6 м с толщиной мембраны 1 мм, $\bar{k} = 0,5$; $\bar{n} = 0,0001$: *a* — эпюры изгибающих моментов в контуре; *b* — эпюры продольных усилий; *c* — эпюры нормальных напряжений в мембране

Fig. 5. Diagrams of a 12 × 6 m membrane model with a membrane thickness of 1 mm, $\bar{k} = 0.5$; $\bar{n} = 0.0001$: *a* — diagrams of bending moments in the contour; *b* — diagrams of longitudinal forces; *c* — diagrams of stress in the membrane



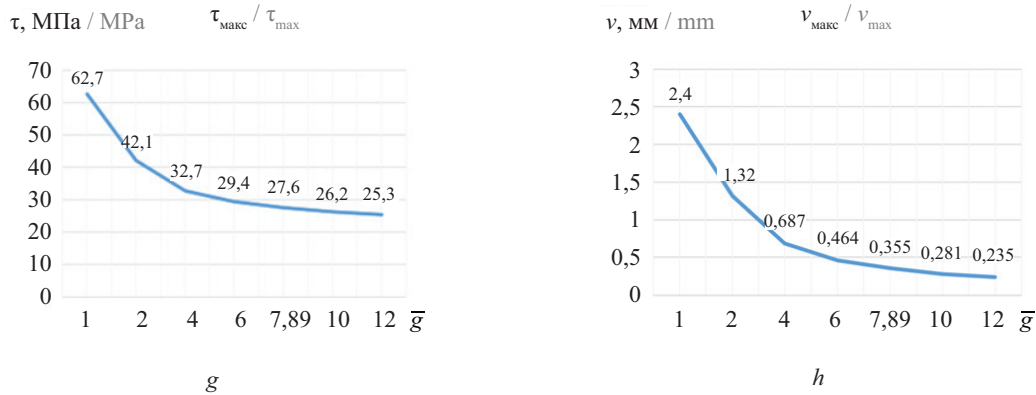


Рис. 6. Зависимости изменения расчетных параметров от относительной продольной жесткости бетонного слоя для мембранной модели 12×6 м с толщиной мембраны 1 мм, $\bar{k} = 0,5$; $\bar{n} = 0,0001$: *a* — изгибающих моментов в контуре на опоре мембраны; *b* — изгибающих моментов в контуре в середине мембраны; *c* — усилий в контуре на опоре мембраны; *d* — усилий в контуре в середине мембраны; *e* — нормальных напряжений на опоре мембраны; *f* — нормальных напряжений в середине мембраны; *g* — максимальных касательных напряжений в мембране; *h* — максимальных горизонтальных перемещений контура мембраны

Fig. 6. Dependences of the calculated parameters on the relative longitudinal stiffness of the concrete layer for a 12×6 m membrane model with a membrane thickness of 1 mm, $\bar{k} = 0.5$; $\bar{n} = 0.0001$: *a* — bending moments in the contour on the membrane support; *b* — bending moments in the contour in the middle of the membrane; *c* — forces in the contour on the support membrane; *d* — forces in the contour in the middle of the membrane; *e* — normal stresses on the membrane support; *f* — normal stresses in the middle of the membrane; *g* — maximum tangential stresses in the membrane; *h* — maximum horizontal displacements of the membrane contour

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Проведенные численные исследования подтвердили эффективность включения в состав мембранных конструкций бетонного слоя, размещенного на мембране. Анализ дифференциального уравнения деформирования опорного контура позволил выявить обобщенные параметры: относительные продольную $\bar{k}$ и изгибную жесткости опорного контура $\bar{n}$, а также относительную продольную жесткость бетонного слоя $\bar{g}$. Установлена возможность применения относительных обобщенных параметров композитных мембранных конструкций для формирования методики расчета таких систем. Это подтверждается независимостью поправочных коэффициентов, используемых в формулах определения перемещений опорного контура, напряжений в мембране и усилий в контуре от геометрических размеров, жесткостных характеристик, нагрузки. При одинаковых значениях относительных обобщенных параметров поправочные коэффициенты совпадают.

Выявлено значительное влияние относительной продольной жесткости бетонного слоя на деформации распределения усилий в композитной мембранной конструкции. Включение в состав конструкции бетонного слоя повышает жесткость всей системы и способствует более равномерному распределению напряжений в мембране, уменьшает напряжения в мембране, прогибы контура и усилия в нем.

Использование композитных мембранных конструкций в перекрытиях зданий может привести к повышению несущей способности за счет совместной работы стальной мембраны (на растяжение) и бетонного слоя (на сжатие), снижению прогибов и повышению пространственной жесткости покрытия.

Выявленные обобщенные относительные параметры продольной жесткости $\bar{k}$, изгибной жесткости $\bar{n}$, продольной жесткости бетонного слоя $\bar{g}$ позволяют построить методику расчета в виде системы формул с поправочными коэффициентами, зависящими только от относительных обобщенных параметров.

На основании проведенных численных исследований установлены особенности взаимодействия мембраны с податливым опорным контуром при наличии бетонного слоя, размещенного на мембране. Кроме обычно используемых обобщенных параметров (относительных продольной $\bar{k}$ и изгибной $\bar{n}$ жесткостей контура) вводится относительная продольная жесткость бетонного слоя $\bar{g}$. Выявлена зависимость усилий и перемещений мембранной модели от относительной продольной жесткости бетонного слоя. При изменении параметра $\bar{g}$ в диапазоне от 1 до 12 определено:

- продольные усилия в опорном контуре уменьшаются в 2 раза;
- изгибающие моменты уменьшаются на опоре в 4,5 раза, в пролете до 19 раз;
- нормальные напряжения в мембране по линии крепления к контуру на опоре уменьшаются

в 2 раза, а нормальные напряжения в пролете возрастают на 15 %;

- касательные напряжения в мембране уменьшаются в 2,5 раза;

- прогибы контура уменьшаются более чем в 10 раз.

Размещение на мембране бетонного слоя ведет к существенному уменьшению усилий в опорном

контуре, прогибов контура и напряжений в мембране. В результате этого мембранные конструкции с бетонным слоем обладают более высокой несущей способностью и жесткостью. Установленные относительные параметры мембранных систем с бетонным слоем можно использовать для оценки НДС провисающих композитных мембранных покрытий на прямоугольном плане с плоским опорным контуром.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Еремеев П.Г. Тонколистовые мембраны — новый вид легких металлических конструкций (ЛМК) покрытий // Монтажные и специальные работы в строительстве. 1992. № 7. С. 14–16. EDN YZHETB.

2. Еремеев П.Г. Тонколистовые металлические мембранные конструкции покрытий: исследования, строительство // Вестник НИЦ Строительство. 2017. № 3 (14). С. 43–57. EDN ZCDGZN.

3. Еремеев П.Г. Влияние податливости опорного контура мембраны на перераспределение в нем усилий // Строительная механика и расчет сооружений. 1984. № 6. С. 71–75. EDN YOXPWX.

4. Фарфель М.И. Мембранные покрытия зданий массового назначения // Строительная механика и расчет сооружений. 2021. № 3 (296). С. 37–45. DOI: 10.37538/0039-2383.2021.3.37.45. EDN ODRAXE.

5. Фарфель М.И. Покрытия из стальных мембран — эффективный тип висячих конструкций // Строительная механика и расчет сооружений. 2024. № 4 (315). С. 58–67. DOI: 10.37538/00392383.2024.4.58.67. EDN ZOTSNM.

6. Копытова А.Е., Братошевская В.В. Применение тонколистовых конструкций // Научное обеспечение агропромышленного комплекса : сб. ст. по мат. 79-й науч.-практ. конф. студентов по итогам НИР за 2023 год. 2024. С. 202–204. EDN RYWFDT.

7. Фарфель М.И. Численные исследования работы прямоугольных мембранных панелей // Строительная механика и расчет сооружений. 2008. № 4 (219). С. 53–62. EDN XTSEZG.

8. Фарфель М.И. Двускатные покрытия из мембранных панелей // Промышленное и гражданское строительство. 2009. № 6. С. 26–28. EDN KNOVPV.

9. Ключев С.В., Ундалов А.М., Сабитов Л.С., Ключев А.В. Исследование напряженно-деформированного состояния элементов купола с мембранной кровлей // Электронный сетевой политематический журнал «Научные труды КубГТУ». 2022. № 6. С. 1–8. EDN YZICYJ.

10. Chang-Jiang L., Zhou-Lian Z., Xiao-Ting H., Jun-Yi S., Wei-Ju S., Yun-Ping X. L-P Perturbation Solution of Nonlinear Free Vibration of Prestressed Orthotropic Membrane in Large Amplitude // Mathematical Problems in Engineering. 2010. Vol. 2010. Issue 1. DOI: 10.1155/2010/561364

11. Liu C.J., Zheng Z.L., Yang X.Y., Guo J.J. Geometric Nonlinear Vibration Analysis for Pretensioned Rectangular Orthotropic Membrane // International Applied Mechanics. 2018. Vol. 54. Issue 1. Pp. 104–119. DOI: 10.1007/s10778-018-0864-4

12. Xu J., Zhang Y., Yu Q., Zhang L. Analysis and design of fabric membrane structures : a systematic review on material and structural performance // Thin-Walled Structures. 2022. Vol. 170. P. 108619. DOI: 10.1016/j.tws.2021.108619

13. Tian G., Fan Y., Wang H., Zheng H., Gao M., Liu J. et al. Studies on the thermal optical properties and solar heat gain of thin membrane structure industrial building // Solar Energy. 2021. Vol. 213. Pp. 81–90. DOI: 10.1016/j.solener.2020.10.083

14. Пасюта А.В. Прочность и жесткость прямоугольной в плане висячей железобетонной оболочки с внешним листовым армированием : автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1989. С. 20.

15. Haonan H., Yaozhi L. Experimental methods and performance of membrane structures : a systematic literature review // International Association for Shell and Spatial Structures (IASS). 2023. Vol. 11. Pp. 1–11.

16. Pang Y., Qiu G., Gong J. A material model describing the nonlinear biaxial tensile behavior of fabric membrane in precise forming for inflated structures // Structures. 2024. Vol. 70. P. 107884. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.107884

17. Xu J., Zhang Y., Fang J., Wang X. Nonlinear mechanical behavior of architectural coated fabric and uncertainty analyses for FE model of tensioned membrane structure // Structures. 2024. Vol. 69. P. 107505. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.107505

18. Bedov A.I., Vagapov R.F., Gabitov A.I., Salov A.S. Calculations of 3D Anisotropic Membrane Structures Under Various Conditions of Fixing // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2022. Vol. 18. Issue 1. Pp. 92–98. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-1-92-98. EDN OCHNLT.

19. Freierrova N., Krejsa M. Stress analysis of basic shapes of membrane structures // AIP Conference Proceedings. International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics 2019 (ICNAAM-2019). 2020. P. 130009. DOI: 10.1063/5.0026523. EDN VODLHI.

20. Marbaniang A.L., Kabasi S., Ghosh S. Interactive exploration of tensile membrane structures for conceptual and optimal design // *Structures*. 2024. Vol. 60. P. 105983. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.105983. EDN QAJPHA.

21. Туснин А.Р., Постарнак М.В. Испытания модели мембранного перекрытия многоэтажных зданий // *Промышленное и гражданское строительство*. 2022. № 9. С. 26–35. DOI: 10.33622/0869-7019.2022.09.26-35. EDN BLXHDI.

Поступила в редакцию 23 января 2025 г.

Принята в доработанном виде 27 января 2025 г.

Одобрена для публикации 21 февраля 2025 г.

ОБ АВТОРАХ: **Александр Романович Туснин** — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой металлических и деревянных конструкций, директор Института промышленного и гражданского строительства; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; SPIN-код: 7034-0713, РИНЦ ID: 455914, Scopus: 6507367654, ResearcherID: U-2546-2018, ORCID: 0000-0002-9997-9436; tusninar@mgsu.ru;

Екатерина Константиновна Грачева — аспирант кафедры металлических и деревянных конструкций; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; SPIN-код: 5824-8160, РИНЦ ID: 1146313, ORCID: 0009-0003-0606-7986; ketrincat1@yandex.ru.

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. Eremeev P.G. Thin-sheet membranes — a new type of lightweight metal structures (LMC) coatings. *Installation and Special Works in Construction*. 1992; 7:14-16. EDN YZHETB. (rus.).

2. Eremeev P.G. Thin sheet metal membrane roofs structures: researches, building. *Bulletin of the Scientific Research Center Construction*. 2017; 3(14):43-57. EDN ZCDGZN. (rus.).

3. Eremeev P.G. The influence of the pliability of the support contour of the membrane on the redistribution of efforts in it. *Construction Mechanics and Calculation of Structures*. 1984; 6:71-75. EDN YOXPWX. (rus.).

4. Farfel M.I. Membrane coatings for mass-use buildings. *Construction Mechanics and Calculation of Structures*. 2021; 3(296):37-45. DOI: 10.37538/0039-2383.2021.3.37.45. EDN ODRAXE. (rus.).

5. Farfel M.I. Steel membrane coatings are an effective type of hanging structures. *Construction Mechanics and Calculation of Structures*. 2024; 4(315):58-67. DOI: 10.37538/0039-2383.2024.4.58.67. EDN ZOTSNM. (rus.).

6. Kopytova A.E., Bratoshevskaya V.V. The use of thin-sheet structures. *Scientific support of the agro-industrial complex : collection of articles based on the materials of the 79th scientific and practical conference of students on the results of research for 2023*. 2024; 202-204. EDN RYWFDT. (rus.).

7. Farfel M.I. Numerical studies of rectangular membrane panels. *Construction Mechanics and Calculation of Structures*. 2008; 4(219):53-62. EDN XTSEZG. (rus.).

8. Farfel M.I. Gable covers made of membrane panels. *Industrial and Civil Engineering*. 2009; 6:26-28. EDN KNOVPV. (rus.).

9. Klyuyev S.V., Undalov A.M., Sabitov L.S., Klyuyev A.V. Investigation of the stress-strain state of dome elements with a membrane roof. *Electronic network polythematic journal "Scientific Works of KubSTU"*. 2022; 6:1-8. EDN YZIYCJ. (rus.).

10. Chang-Jiang L., Zhou-Lian Z., Xiao-Ting H., Jun-Yi S., Wei-Ju S., Yun-Ping X. L-P Perturbation Solution of Nonlinear Free Vibration of Prestressed Orthotropic Membrane in Large Amplitude. *Mathematical Problems in Engineering*. 2010; 2010(1). DOI: 10.1155/2010/561364

11. Liu C.J., Zheng Z.L., Yang X.Y., Guo J.J. Geometric Nonlinear Vibration Analysis for Pretensioned Rectangular Orthotropic Membrane. *International Applied Mechanics*. 2018; 54(1):104-119. DOI: 10.1007/s10778-018-0864-4

12. Xu J., Zhang Y., Yu Q., Zhang L. Analysis and design of fabric membrane structures : a systematic review on material and structural performance. *Thin-Walled Structures*. 2022; 170:108619. DOI: 10.1016/j.tws.2021.108619

13. Tian G., Fan Y., Wang H., Zheng H., Gao M., Liu J. et al. Studies on the thermal optical properties and solar heat gain of thin membrane structure industrial building. *Solar Energy*. 2021; 213:81-90. DOI: 10.1016/j.solener.2020.10.083

14. Pasyuta A.V. *Strength and rigidity of a rectangular hanging reinforced concrete shell with external*

sheet reinforcement : abstract of the dis. ... candidate of technical sciences. Moscow, 1989; 20. (rus.).

15. Haonan H., Yaozhi L. Experimental methods and performance of membrane structures : a systematic literature review. *International Association for Shell and Spatial Structures (IASS)*. 2023; 11:1-11.

16. Pang Y., Qiu G., Gong J. A material model describing the nonlinear biaxial tensile behavior of fabric membrane in precise forming for inflated structures. *Structures*. 2024; 70:107884. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.107884

17. Xu J., Zhang Y., Fang J., Wang X. Nonlinear mechanical behavior of architectural coated fabric and uncertainty analyses for FE model of tensioned membrane structure. *Structures*. 2024; 69:107505. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.107505

18. Bedov A.I., Vagapov R.F., Gabitov A.I., Salov A.S. Calculations of 3D Anisotropic Membrane Structures Under Various Conditions of Fixing. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2022; 18(1):92-98. DOI: 10.22337/2587-9618-2022-18-1-92-98. EDN OCHNLT.

19. Freiherrrova N., Krejsa M. Stress analysis of basic shapes of membrane structures. AIP Conference Proceedings. *International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics 2019 (ICNAAM-2019)*. 2020; 130009. DOI: 10.1063/5.0026523. EDN VODLHI.

20. Marbaniang A.L., Kabasi S., Ghosh S. Interactive exploration of tensile membrane structures for conceptual and optimal design. *Structures*. 2024; 60:105983. DOI: 10.1016/j.istruc.2024.105983. EDN QAJPHA.

21. Tusnin A.R., Postarnak M.V. Testing of the membrane floor slab model of multi-storey buildings. *Industrial and Civil Engineering*. 2022; 9:26-35. DOI: 10.33622/0869-7019.2022.09.26-35. EDN BLXHDI. (rus.).

Received January 23, 2025.

Adopted in revised form on January 27, 2025.

Approved for publication on February 21, 2025.

B I O N O T E S : **Aleksandr R. Tusnin** — Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Metal and Timber Structures, Director of the Institute of Industrial and Civil Engineering; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; SPIN-code: 7034-0713, ID RSCI: 455914, Scopus: 6507367654, ResearcherID: U-2546-2018, ORCID: 0000-0002-9997-9436; tusninar@mgsu.ru;

Ekaterina K. Gracheva — postgraduate student of the Department of Metal and Timber Structures; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; SPIN-code: 5824-8160, ID RSCI: 1146313, ORCID: 0009-0003-0606-7986; ketrincat1@yandex.ru.

Contribution of the authors: all authors have made an equivalent contribution to the preparation of the publication. The authors declare no conflict of interest.