

НАУЧНАЯ СТАТЬЯ / RESEARCH PAPER

УДК 624.154

DOI: 10.22227/1997-0935.2025.11.1691-1706

Инженерный метод определения осадки свай с учетом допускаемой упругопластической работы грунта

Андрей Григорьевич Алексеев^{1,2}, Степан Георгиевич Безволев³

¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ); г. Москва, Россия;

² Научно-исследовательский центр «Строительство» (НИЦ «Строительство»); г. Москва, Россия;

³ Научно-исследовательский, проектно-изыскательский и конструкторско-технологический институт оснований и подземных сооружений им. Н.М. Герсеванова Научно-исследовательского центра «Строительство» (НИИОСП НИЦ «Строительство»); г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Показана целесообразность повышения точности и общности упрощенных решений для расчета осадки одиночных свай. Такие решения рекомендованы строительными нормами РФ для оценки величины проектной осадки свай, а также применяются для определения параметров контактных моделей при разработке конструкций свайных фундаментов. Отмечены ограничения существующих методов расчета одиночных свай.

Материалы и методы. Выполнены анализ и усовершенствование инженерной методики, в которых осадка одиночной свай рассчитывается по упругим зависимостям по данным нормативной оценки нагрузки, воспринимаемой трением грунта о боковую поверхность ствола свай, и нагрузки, передаваемой на грунт пятой свай при рабочей нагрузке на сваю. Соотношение этих нагрузок отражает влияние упругопластической работы грунта в диапазоне допускаемой на сваю расчетной нагрузки.

Результаты. Рассмотрены альтернативные инженерные решения задачи определения осадки свай с учетом практической упругопластической работы грунта в диапазоне допускаемой на сваю расчетной нагрузки. Разработано уточненное решение этой задачи, обеспечивающее более практичные результаты расчетов осадок свай, отвечающие концепциям и эмпирической базе действующих норм проектирования РФ. Представлены сопоставления результатов расчетов различными методами. Разработанное ранее аналитическое упругое и обоснованное в данной статье упругопластическое инженерное решения описывают трансформацию начального линейного сопротивления грунта к его упругопластическому сопротивлению при допускаемой на сваю расчетной нагрузке. Совместное применение этих решений обеспечивает разработку надежной и рациональной конструкции свайного фундамента посредством расчета по нелинейной контактной модели.

Выводы. Разработанное инженерное решение для определения осадки свай с учетом практической упругопластической работы грунта следует использовать для проектной оценки осадки свай от допускаемой на нее рабочей нагрузки и параметров линейных и нелинейных контактных моделей. Адекватность разработанного решения обеспечивается применением хорошо зарекомендовавшим себя в геотехнической практике учетом концентрации напряжений и деформаций в примыкающих к месту передачи нагрузки областях грунта.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: свая, допускаемая нагрузка на сваю, осадка свай, инженерное решение, контактная модель, строительные нормы

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Алексеев А.Г., Безволев С.Г. Инженерный метод определения осадки свай с учетом допускаемой упругопластической работы грунта // Вестник МГСУ. 2025. Т. 20. Вып. 11. С. 1691–1706. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.11.1691-1706

Автор, ответственный за переписку: Степан Георгиевич Безволев, compgeo@ya.ru.

Engineering method for determining pile settlement taking into account the permissible elastic-plastic behaviour of the soil

Andrej G. Alekseev^{1,2}, Stepan G. Bezvolev³

¹ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU); Moscow, Russian Federation;

² Research Centre “Construction”; Moscow, Russian Federation;

³ Research, Research, Design, Survey, and Engineering Institute of Foundations and Underground Structures named after N.M. Gersevanov of the Research Centre “Construction”; Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. The feasibility of increasing the accuracy and generality of simplified solutions for calculating the settlement of single piles is shown. Such solutions are recommended by the building codes of the Russian Federation for assessing

the design settlement of piles and are also used to determine the parameters of contact models when developing pile foundation structures. The limitations of existing methods for calculating single piles are noted.

Materials and methods. An analysis was carried out and an improvement was developed for an engineering methodology in which the settlement of a single pile is calculated using elastic dependencies, according to the data of a normative assessment of the load perceived by the friction of the soil against the lateral surface of the pile shaft, and the load transferred to the soil by the fifth pile under the working load on the pile. The ratio of these loads reflects the influence of the elastic-plastic work of the soil, in the range of the design load allowed on the pile.

Results. Based on the results of the presented studies, the field of application of the analytical calculation method based on the approximation of the pile behaviour in an elastic half-space is indicated — assessment of its initial linear resistance. Alternative engineering solutions to the problem of determining the pile settlement are considered taking into account the practical elastic-plastic work of the soil, in the range of the permissible design load on the pile. A refined solution to this problem has been developed, providing more practical results of pile settlement calculations that meet the concepts and empirical basis of the current design standards of the Russian Federation. Comparisons of the calculation results by various methods are presented. The previously developed analytical elastic and elastic-plastic engineering solutions substantiated in this paper describe the transformation of the initial linear resistance of the soil to its elastic-plastic resistance under the permissible design load on the pile. The combined application of these solutions ensures the development of a reliable and rational pile foundation design through calculation using a nonlinear contact model.

Conclusions. Simplified solutions for calculating the settlement of single piles are in demand in construction practice; increasing the accuracy and generality of such solutions ensures the determination of adequate parameters of contact models for developing reliable and rational designs of pile foundations. The developed engineering solution for determining pile settlement taking into account the practical elastic-plastic behaviour of the soil is advisable to use for the design assessment of pile settlement from the permissible working load on it and for determining the parameters of linear and nonlinear contact models. The adequacy of the developed solution is ensured by the use of a well-proven in geotechnical practice consideration of stress and strain concentration in soil areas adjacent to the load transfer point.

KEYWORDS: pile, permissible pile load, pile settlement, engineering solution, contact model, building codes

FOR CITATION: Alekseev A.G., Bezvolev S.G. Engineering method for determining pile settlement taking into account the permissible elastic-plastic behaviour of the soil. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2025; 20(11):1691-1706. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.11.1691-1706 (rus.).

Corresponding author: Stepan G. Bezvolev, compgeo@ya.ru.

ВВЕДЕНИЕ

Как отмечено авторами в исследовании [1], изучению взаимодействия свайного фундамента с грунтовым массивом посвящено огромное количество научных работ. Разработаны различные аналитические и численные решения для прогноза несущей способности и осадки свай. Наиболее общий учет совместной работы свай и нелинейной работы грунта возможен лишь численным методом в пространственной постановке. Для этого численная модель должна обладать надлежащими конфигурацией разбивки и габаритами расчетной области, обеспечивающими приемлемость приближенности условий на ее внешних границах. В результате пространственный расчет, особенно при неоднородном грунтовом основании и учете нелинейности, требует использования высокопроизводительных ЭВМ и характеризуется большой трудоемкостью со слабо контролируемой погрешностью в зависимости от количества и качества исходных данных. При этом даже современные модели нелинейного деформирования грунтов под нагрузкой не позволяют учесть все аспекты их работы, прежде всего в составе свайного основания и при сложном нагружении. С другой стороны, например, для моделей, учитывающих наряду с упругим и упрочняющимся деформированием грунтов идеальную пластичность и/или разупрочнение, отсутствуют удовлетворительные численные методики.

В этой ситуации востребовано применение методов, сочетающих достаточно простые и общие расчетные формулы с эмпирическими правилами, обеспечивающими адекватность проектным задачам

этих формул и методик определения величин входящих в них параметров. Так, действующие нормы РФ по проектированию свайных фундаментов СП 24¹ для контроля результатов, получаемых численными методами, предписывают применение упрощенных методик оценки таких ключевых показателей, как допускаемая нагрузка на сваю и ее осадка. Наиболее отработаны нормативные методы определения несущей способности одиночных свай по грунту. Установившейся практикой является обязательное применение данных стандартных полевых испытаний грунтов зондированием и контрольным статическим нагружением свай. Эти методы дают возможность надежно установить допускаемую (расчетную, рабочую) нагрузку на одиночную сваю P .

Менее разработаны и неадекватны нормативной допускаемой нагрузке на сваю существующие методы расчета осадки одиночной сваи. Они, как правило, базируются на частных решениях, которые требуют усовершенствования из-за узкой области применимости и несоответствия процессу работы сваи во всем диапазоне допускаемой на нее нагрузки.

Между тем адекватная расчетная зависимость для осадки одиночной сваи весьма востребована, так как на ее основе строятся практические решения по расчету осадок групп свай и контактные модели,

¹ СП 24.13330.2021. Свайные фундаменты. СНиП 2.02.03-85 // НИИОСП им. Н.М. Герсевича ОА «НИЦ «Строительство»» Минстроя России. М. : Российский институт стандартизации, 2022. 82 с.

в том числе наиболее точные и гибкие нелинейные, для разработки конструкций свайных фундаментов [2]. Поэтому повышение точности и общности упрощенной методики расчета осадки одиночной сваи имеет большое практическое значение.

В исследовании [1] авторами был представлен анализ представленных в нормах и справочных пособиях по проектированию свайных фундаментов СП 24 [2–5], упрощенных методов расчета осадки одиночной и групповых свай, полностью базирующихся на аппроксимации решений теории упругости. С учетом упругой основы для использования этих методов необходимо ограничивать расчетную нагрузку на сваю величиной, в диапазоне которой деформации грунта практически линейны. Анализ выявил ряд различий результатов этих методов в зависимости от параметров свай и грунтового основания. В итоге выполненных сопоставлений и анализа с целью применения для адекватной оценки начального линейного сопротивления сваи была разработана актуализация так называемого телескопического аналитического решения [5–9].

В частности, для свай в двухслойном основании, практическая модель неоднородности которого представлена на рис. 1, в работе [1] актуализировано следующее наиболее общее аналитическое выражение:

$$I_{sd} = \frac{sG_1 d}{P} = \psi_d \frac{\mu EA + K_b \tanh(\mu L)}{K_b + \mu EA \tanh(\mu L)}, \quad (1)$$

где $\psi_d = \frac{G_1 d}{\mu EA}$; $K_b = \frac{E_b d \eta_s}{1 - \nu_b}$; $\mu = \sqrt{\frac{2\pi G_1}{\xi \alpha_s EA}}$; $\xi = \log(r_m/r_0)$; $r_0 = d/2$; L — рабочая (взаимодействующая с грунтом) длина сваи; d — диаметр ствола сваи (для некруглых сечений, эквивалентный по периметру u сечения $d = u/\pi$); α_s — коэффициент условий деформирования грунта у боковой поверхности сваи; η_s — коэффициент

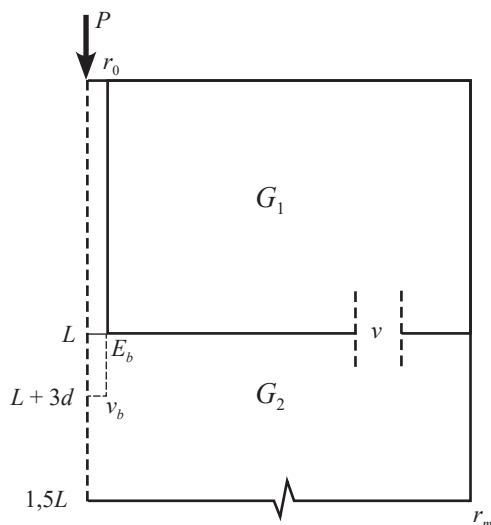


Рис. 1. Расчетное двухслойное основание актуализированной телескопической модели

Fig. 1. Calculated two-layer foundation of the updated telescopic model

размеров и условий работы пяты (уширения) сваи; G , E и ν — модули сдвига Юнга (одноосного сжатия) и коэффициент Пуассона грунта; EA — продольная жесткость ствола сваи (для круглого сплошного сечения $EA = E_p \pi d^2/4$, E_p — модуль Юнга материала ствола); r_m — расчетный радиус, на котором осадки основания становятся пренебрежимо малыми, определяемый по модифицированной формуле [1]:

$$r_m = 2,5(1 - \nu)G_1/G_2L + 3,1[d - \min(d, 0,1L)]. \quad (2)$$

В выражении (2) первое слагаемое корректирует второе для коротких ($L/d < 10$) свай, что обеспечивает сближение результатов расчетом по телескопической модели с данными численных упругих расчетов. За счет этого решение (1) может использоваться для моделирования группы свай методом эквивалентной одиночной сваи [7], у которой, как правило, $L/d \ll 10$.

Отметим, что в публикации [10] предложена громоздкая модификация выражения (1), предназначенная для более точного учета типового случая, когда пята сваи существенно заглубляется в более жесткий нижний слой. Однако проведенные в рамках настоящей работы сопоставительные расчеты показали, что предложенные [8] уточнения практически совпадают с простейшим способом [1, 5–7] осреднения модуля сдвига грунта в пределах длины сваи, т.е. использования схематизации рис. 1.

Коэффициент α_s условий работы боковой поверхности сваи, в частности, обусловленных влиянием технологического способа ее устройства, неоднородности окружающего грунта и характера контактной поверхности, в первом приближении принимается по зависимости:

$$\alpha_s = \alpha_0 = \gamma_c \gamma_{cf} \quad (3)$$

где γ_c и γ_{cf} — нормативные коэффициенты СП 24 (см. п. 7.2.6 и табл. 7.4 или 7.6).

Для учета способа устройства сваи и вида грунта принимается $\eta_0 = \gamma_c \gamma_{cr}$, где γ_c и γ_{cr} — нормативные коэффициенты СП 24 (см. п. 7.2.6 и табл. 7.4):

$$\eta_s = \prod_{i=0}^4 \eta_i = \eta_0 \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4, \quad (4)$$

где η_i — коэффициент влияния i -го фактора, определяющего условия работы пяты.

Для учета способа устройства сваи и вида грунта принимается $\eta_0 = \gamma_c \gamma_{cr}$, где γ_c и γ_{cr} — нормативные коэффициенты СП 24 (табл. 7.4 или п. 7.2.6).

Отличие диаметра d_b (площади) пяты сваи от диаметра d ее ствола учитывает зависимость $\eta_1 = d_b/d$. При $d_b = d$ и выдергивающей нагрузке или при вдавливания и присутствии под пятой рыхлого шлама принимают $\eta_1 = 0$.

Представленные в таблице величины коэффициента η_2 для учета отличия прямоугольного сечения пяты, например баретной сваи, от соот-

Коэффициент η_2 влияния прямоугольной формы пяты в зависимости от отношения сторон l/b

Coefficient η_2 of the influence of the rectangular shape of the heel depending on the ratio of sides l/b

l/b	1 (квадрат) 1 (square)	2 (прямо- угольник) 2 (rectangle)	3"	4"	5"
η_2	0,99	0,97	0,94	0,91	0,87

ветствующего $\eta_2 = 1$ круга получены по данным Ф. Шлейхера [9].

Учет наличия на некоторой глубине под пятой жесткого подстилания выполняется по данным решений теории упругости для штампа на упругом слое [10] $\eta_3 = 1 + 0,65d_b/H_c$, где H_c — толщина упругого слоя под пятой.

Согласно результатам исследования [1], учет обусловленного в основном передачей нагрузки от боковой поверхности сваи влияния заглубления пяты в упругое полупространство в запас надежности расчета осадки обеспечивает величина $\eta_4 = 0,5$.

При $\alpha_s = 1$, $\eta_s = \eta_1$ и $G_2 = G_1$ решение (1) совпадает с выведенным в труде [6]. При $G_2 \gg G_1$ решение (1) соответствует разработанным в МГСУ аналитическим решениям осесимметричной краевой задачи о взаимодействии одиночной сваи с окружающим и жестким подстилающим грунтами ограниченного простираения [11]. Для такой ячейки ограниченных размеров существуют и решения, разработанные для расчетов групповой сваи свайного фундамента при высоком и низком ростверке [12]. В этом случае конкретный диаметр расчетной ячейки определен симметрией и геометрическими параметрами (расстоянием между сваями) [13, 14].

Существенная проблема и погрешность использования основной массы численных (МКЭ и прочее) решений [4, 15–21] для расчета свай обусловлены произволом в выборе размеров расчетной области, в частности толщины H_c подстилающей пяту сваи ее части и радиуса r_m (см. рис. 1). Подобные величины указаны в рекомендациях СП 24 для численного моделирования графика нагрузка — осадка одиночной сваи (п. 7.7.13: $r_m \geq 5d$, $H_c \geq 3d$, где d — диаметр поперечного сечения сваи). Согласно СНиП II-Б.2² свая считалась одиночной при расстоянии до ближайшей сваи $r_m \geq 3d$. По данным обработки опытов и численных расчетов по упругопластической модели HSS Плакис³ радиус зоны активных деформаций вокруг одиночной сваи в дисперсных плотных грунтах составил $4d$ [22]. В практике проектирования, особенно в мостовом строительстве, широ-

ко применяется нормативная (СНиП II-Б.5⁴) схема условного фундамента ($r_m = r_{quf} = d/2 + L \tan(\phi_1/4)$, ϕ_1 — осредненный в пределах L угол внутреннего трения грунтов), H_c — нормативная глубина сжимаемой толщи под условным фундаментом СП 24 и СП 22⁵. Эта схема качественно обоснована установленным В.Н. Голубковым в 1961 г. [23] механизмом формирования ограниченной зоны деформации вокруг одиночной сваи или свайной группы. Величины СНиП II-Б.2, СНиП II-Б.5 и СП 24 явно не отвечают отмеченным выше требованиям к граничным условиям пространственной численной модели. Таким образом, моделирование по п. 7.7.13 СП 24 является приближенным инженерным методом, в рамках которого необходима полная регламентация выбора r_m и H_c , а также модели грунта и ее параметров.

Альтернативный описанным методам подход предложен в разделе 4.6 [24]. В частности, осадка одиночной сваи рассчитывается по данным проектной оценки нагрузки P_1 , воспринимаемой трением грунта о боковую поверхность ствола сваи, и нагрузки P_b , передаваемой на грунт пятой сваи при рабочей нагрузке на сваю P . Методы определения этих величин, учитывающие разнообразные виды грунтов и типы свай, всесторонне исследованы [25, 26]. Ограниченной применимости частные рекомендации по оценке величин P_b и P_1 и исчерпывающие указания по определению P для проектирования в РФ даны в СП 24. Как отмечалось выше, установившейся практикой является применение данных стандартных полевых испытаний грунтов зондированием и контрольных статическим нагружением свай.

По проектным величинам P_b и P_1 [26] осадку сваи s рассчитывают как сумму осадки ее пяты s_b от P_b и сжатия ствола s_c от P_1 . В публикации [27] от P_1 дополнительно учитывается осадка s_1 пяты сваи. В работе [22] альтернативно пренебрегают работой грунта на сжатие под нижним концом сваи, т.е. принимают $P = P_1$ ($P_b = 0$) и считают осадку сваи s обусловленной в основном сдвиговыми деформациями окружающего грунтового массива, определяя ее от полной нагрузки с учетом нелинейности сдвиговых деформаций грунта. Видимо, этот способ пригоден при величинах P , при которых не достигается составляющая обычно порядка 10–20 мм, так называемая сдвиговая осадка, и пята сваи не вступает в работу.

По СНиП II-Б.5, пренебрегая составляющей s_c и учитывая неопределенность распределения P на P_b и P_1 , осадка $s = s_b + s_1$ приближенно опреде-

² СНиП II-Б.2-62. Свайные фундаменты из забивных свай. Нормы проектирования // Госстрой СССР. М., 1961. 131 с.

³ PLAXIS 2D-v.9 Finite Elements Code for Soil and Rock Analysis. User Manual. Rotterdam : Balkema, 2008.

⁴ СНиП II-Б.5-67. Свайные фундаменты. Нормы проектирования // Госстрой СССР. М., 1968. 31 с.

⁵ СП 22.13330.2016. Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83* // НИИОСП им. Н.М. Герсеванова ОА «НИЦ “Строительство”» Минстроя России. М. : Стандартинформ, 2020. 204 с.

лялась по упомянутой выше схеме условного фундамента, равномерно распределяющего через его подошву на грунт суммарную нагрузку $P = P_b + P_1$. Кроме отсутствия обоснования способа определения r_{qu} в методике СНиП II-Б.5 пренебрегаются концентрация и большие градиенты напряжений в грунте в зоне пяты, что затрудняет адекватный учет упругопластических эффектов в этой важной области. В то же время при условии адекватности используемых давлений от нагрузок P_b и P_1 рассмотрение их непосредственного действия на грунт упрощает расчеты деформаций грунта с учетом его практической упругопластической работы в диапазоне допускаемой на сваю расчетной нагрузки.

В настоящей статье представлены результаты анализа применения при проектировании свайных фундаментов упрощенных методов расчета осадки одиночной сваи СНиП II-Б.5 [24, 27] и разработан уточняющий вариант, обеспечивающий повышение рациональности метода и согласованность результатов расчета, с концепциями действующих в РФ нормативных документов. В частности, для задачи определения осадки сваи с учетом ограниченной упругопластической работы грунта в диапазоне допускаемой на сваю расчетной нагрузки разработано уточнение упрощенного метода [27], обеспечивающее более практичные результаты расчетов, отвечающие концепциям и надежной эмпирической базе действующих СП 22 и СП 24. Методика их применения при проектных расчетах сформулирована с учетом многолетних опытных данных и практики проектирования. Разработанное ранее аналитическое упругое решение [1] и обоснованное в данной статье упругопластическое инженерное решение рекомендовано использовать для установления параметров расчетных зависимостей нагрузка – осадка сваи. Эти зависимости описывают трансформацию начального линейного сопротивления грунта к фактическому, соответствующему упругопластическому состоянию вмещающего сваи грунтового массива. Их применение обеспечивает разработку надежной и рациональной конструкции свайного фундамента посредством расчета по нелинейной контактной модели [2]. Инженеры-геотехники могут использовать разработанные рекомендации и актуальные решения при проектировании свайных фундаментов.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для актуализации в настоящей статье упрощенного метода расчета осадки одиночной сваи выбраны инженерные решения СНиП II-Б.5 [24, 27].

1. Характеристика методов расчета осадки одиночной сваи [25, 27]

Как отмечалось выше [24], осадка s одиночной сваи от передаваемой на ее голову вертикальной нагрузки P рассчитывается, считая известными на-

грузку P_1 , воспринимаемую трением грунта о боковую поверхность ствола сваи, и нагрузку $P_b = P - P_1$, передаваемую на грунт через пяту сваи. Тогда s можно определить как сумму упругого укорочения ствола s_c и сжатия грунта под основанием s_b . Для расчета s_c используется формула сопротивления материалов в предположении передачи нагрузки на грунт равномерно вниз по свае с линейным понижением продольной силы в стволе сваи от P до P_b :

$$s_c = \frac{(P + P_b)}{2EA} L_s, \quad (5)$$

где L_s — общая (с оголовком) длина сваи; EA — продольная жесткость ствола сваи (см. пояснения к выражению (1)).

Для расчета s_b используется форма [9] решения Буссинеска [28] для круглого гладкого штампа на поверхности упругого полупространства (УПП), дополненная [24] понижающим коэффициентом $I_p = 0,5$ для учета влияния заглубления пяты в частном случае ($\nu \leq 0,25$, $L/d \geq 5$ и рассчитанной при $I_p = 1$ $s_b \geq 0,5P_b/dE_b$):

$$s_b = \frac{P_b(1 - \nu_b^2)I_p}{d_b E_b}, \quad (6)$$

где d_b — диаметр пяты сваи; E_b и ν_b — модуль деформации и коэффициент Пуассона ее основания.

В представленной постановке [24] при расчете полной осадки сваи s фактически не учитывается влияние передаваемой на грунт боковой поверхностью сваи нагрузки $P_1 = P - P_b$ на деформации вмещающего сваю массива, в частности расположенного ниже уровня пяты сваи. При этом частично учитывается влияющая противоположным образом работа расположенного выше уровня пяты сваи грунта на растяжение от передаваемой пятой нагрузки посредством коэффициента I_p . Он представляет собой по смыслу величину, обратную к коэффициенту η_4 формулы (1с). Разница в этих коэффициентах очевидным образом демонстрирует результат пренебрежения отмеченным влиянием нагрузки P_1 , а также завышение распределительной способности и сопротивления растяжению грунтового массива (см. п. 1.5).

В публикации [27] введенные [24] упругие составляющие осадки s_c и s_b предлагается суммировать с дополнительной составляющей осадки пяты сваи s_1 от нагрузки $P_1 = P - P_b$, передаваемой на грунт боковой поверхностью сваи. Согласно выводам [27], по данным расчетов МКЭ передаваемая боковой поверхностью сваи нагрузка P_1 концентрируется в виде вертикальных сжимающих напряжений на уровне пяты сваи (рассматриваются сваи без уширения, когда $d_b = d$) в узком кольце внешним радиусом $2,5d$. Тогда, пренебрегая действующими в уровне пяты касательными напряжениями, для определения s_1 достаточно просто по решению Бус-

синеска [28] может использоваться зависимость для осадки под совпадающим с центром пяты сваи центром равномерно распределенной по кольцу шириной $2d$ нагрузки:

$$s_1 = \frac{(1 - \nu_b^2)P_1}{1,5\pi dE_b}. \quad (7)$$

Помимо компоненты (7) [27] от передаваемой на окружающий сваю грунт нагрузки P_1 , дополнительно рассчитывают компоненту осадки в виде «деформации сдвига в пределах линейного деформирования» по формуле:

$$s_f = \frac{P_1}{\pi dLG_1}. \quad (8)$$

Считать деформацию (4а) дополнительной компонентой осадки сваи представляется некорректным: 1) деформация (8) безразмерна; 2) в этой сугубо упругой схеме грунт и свая сцеплены. Поэтому сопротивление грунта сдвигу сказалось на сжатии ее ствола и эти сдвиговые деформации уже учтены при расчете по формуле (5) компоненты осадки за счет сжатия ствола.

Суммарно выражения (6) и (7) [27] дают осадку пяты сваи ($d_b = d$) по следующей расчетной формуле:

$$s_b = \frac{(1 - \nu_b^2)}{dE_b} (P_b + P_1/\pi/1,5). \quad (9)$$

В подходе [27], учитывая влияние нагрузки P_1 , не рассматривается вопрос учета условий работы пяты сваи, подобного применению α_s и η_s в формуле (1) или I_p в выражении (3).

Далее изложим развивающую и уточняющие подходы СНиП II-Б.5 [24, 27] методологию.

2. Развитие методов СНиП II-Б.5 [24, 27]

Соответствующая формуле (6) линейная эпюра продольной силы предполагает равномерно распределенные по длине сваи касательные напряжения τ . Однако большинство исследователей считают основным линейное возрастание τ с глубиной [21, 29]. Для этого случая (треугольной эпюры $\tau(z)$) получим:

$$s_c = \frac{(2P + P_b)}{3EA} L_s. \quad (10)$$

Не представляет трудностей расчет s_c и при произвольной зависимости $\tau(z)$, например непосредственное численное интегрирование нормативных (СП 24) табличных зависимостей $\tau_u(z) = f(z)$, или подсчитанных по стандартным (Кулона – Мора) прочностным характеристикам от бытовых напряжений в грунтовом массиве $\tau_u(z) = c + \xi_0 \sigma_g \tan \varphi$ (где c и φ — удельное сцепление и угол внутреннего трения грунта; ξ_0 — коэффициент начального (бытового) бокового давления, принимаемый в этом случае в запас

надежности равным коэффициенту бокового давления при компрессии ξ_{cs} , определяемому по носящей имя Яки эмпирической зависимости $\xi_{cs} = 1 - \sin \varphi$); σ_g — начальное (бытовое от собственного веса грунтов) вертикальное напряжение.

С учетом этого наиболее общая расчетная формула для s_c , учитывающая в том числе сжатие расположенного выше уровня земли оголовка сваи, имеет вид:

$$s_c = \frac{\int_0^{L_s} \left[P - \pi d \int_0^L \tau_u(z) dz \right] dz}{EA} L_s. \quad (11)$$

Однако большого значения уточненное по формуле (11) определение s_c не имеет, поскольку из-за большой жесткости ствола обычных ж/б или стальных сваях этот компонент их осадки на порядок меньше осадки пяты сваи.

Для уточнения расчета упругой осадки s_b на основе подхода [24] можно использовать разработанную в работе [1] формулу решения Буссинеска [28] для круглого гладкого штампа на упругом полупространстве с использованием определяемого по зависимости (1с) коэффициента h_s условий работы заглубленной пяты сваи:

$$s_b = \frac{P_b}{K_b} = \frac{P_b(1 - \nu_b^2)}{E_b d \eta_s}. \quad (12)$$

Далее изложим альтернативный способ, уточняющий методику [27] определения величины s_b с выделением составляющей нагрузки P_1 , передаваемой на грунтовый массив боковой поверхностью сваи.

Аналитические формулы [30] позволяют осуществить оценку и уточнение выводов [27] о закономерности распределения вертикальных нормальных напряжений вокруг пяты сваи при характерных для ограниченной упругопластической работы грунтового массива нормативных величинах $k_p = P_b/P$. Выбор варианта [30] интегрирования формулы Буссинеска [28], а не [31] формулы Миндлина [32], обусловлен тем, что даже при ограниченной упругопластической работе грунтового массива упругие решения по Миндлину становятся неприменимыми из-за завышения распределительной способности и работы грунта на растяжение. При этом решения по Буссинеску, в частности для расчета по модели УПП вертикальных сжимающих напряжений, значительно лучше соответствуют данным экспериментов и расчетов по современным упругопластическим моделям [33]. Фактически на сегодняшний день отсутствует упругопластическая модель, которая бы существенно лучше описывала наблюдаемую в опытах концентрацию напряжений в примыкающих к месту передачи нагрузки областях грунта.

Представленное на рис. 2 сопоставление, выполненное с применением формул [30], подтверж-

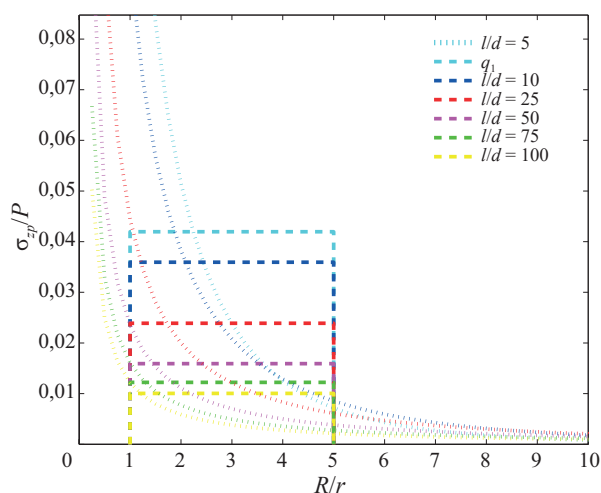


Рис. 2. Распределение вертикальных напряжений σ_{zp} в упругом массиве вокруг пяты сваи

Fig. 2. Distribution of vertical stresses σ_{zp} in an elastic mass around the pile heel

дает высокую степень такой концентрации в кольцевой зоне шириной $2d$ (с внешним радиусом $a_1 = 2,5d$), особенно для свай с относительной длиной до $L/d = 50$.

При $L/d > 50$ доля нагрузки за пределами расчетного кольца согласно исследованию [30] становится сопоставимой по величине с остальной частью нагрузки. Как отмечалось выше, результаты упругопластических расчетов и данные экспериментов свидетельствуют о большей концентрации вертикальных напряжений вблизи сваи, чем в упругих прогнозах, в частности по решениям [30, 31]. Вокруг одиночной сваи с $L/d \leq 100$ концентрацию в кольцевой зоне не менее 80 % нагрузки обеспечивает внешний радиус кольцевой зоны a_1 , определяемый по приближенной зависимости:

$$a_1 = k_1 d = [0,8 \log(L/d/5) + 2,5] d. \quad (13)$$

В российской практике проектирования фундаментов учет концентрации напряжений в примыкающих к месту передачи нагрузки областях грунта на настоящем этапе выполняется хорошо зарекомендовавшим себя методом расчета на основе инженерной модели осадок фундамента мелкого заложения, а также заглубленного условного фундамента СП 24, в частности способом СП 22 ограничения сжимаемой толщи грунтового основания H_c , в пределах которой под подошвой фундамента интегрируется расчетное сжатие от вертикальных нормальных напряжений σ_{zq} . Способ основан на данных экспериментов и натурных наблюдений. Как впервые показано в публикации [34], распределение вертикальных перемещений грунта по глубине в принципе отличается от расчетного по теории УПП. В то же время распределение сонаправленных нагрузке вертикальных напряжений, особенно в основаниях с постепенно возрастающей с глубиной жесткостью или при слоистости

E_1/E_2 порядка 0,5–5, хорошо качественно и близко количественно соответствует рассчитанной по УПП [33]. Главная часть суммарного сжатия основания, т.е. осадки, концентрируется в верхней части основания фундамента толщиной $H_0 \approx b/2$ (b — ширина фундамента). С ростом нагрузки толщина этой зоны может возрастать. Для обеспечения сходимости с опытными данными в СП 22 нижнюю границу сжимаемой толщи определяют как глубину $Z_c \geq H_0$, на которой рассчитанное по УПП вертикальное напряжение от внешней нагрузки $\sigma_{zq} \leq 50\%$ (для грунтов с $E > 7$ МПа) бытового давления (эффективного напряжения в грунте до начала строительства) σ_{zg} . При этом деформации сжатия рассчитываются по напряжениям σ_{zq} по компрессионной (одометрической) схеме с коэффициентом Пуассона $\nu \approx 0,25$.

Применительно к рассматриваемому случаю осадки пяты одиночной сваи, уточненная нормативная (СП 22) расчетная схема представлена на рис. 3. На схеме приведен способ интегрирования в пределах сжимаемой толщи H_c деформаций, подсчитанных по вертикальным напряжениям от действующих в уровне пяты равномерно распределенных круговой нагрузки $q_b = P_b/A_b$ ($A_b = \pi d^2/4$ — площадь пяты сваи) и кольцевой $q_1 = 4P_1/\pi/(a_1 - d/2)^2$ (a_1 — внешний радиус нагрузки q_1).

Таким образом, расчет осуществляется аналогично расчету по модели условного свайного фундамента СНиП II-Б.5 и СП 24 лишь с изменением правила определения его размера и распределения нагрузки в его пределах. В варианте [27] с равномерным распределением нагрузки в кольце с внешним радиусом $a_1 = 2,5d$ суммарные дополнительные от нагрузок q_b и q_1 напряжения σ_z по вертикали под центром пяты определяются по решению для равномерно распределенной по площади круга нагрузки, полученного в работе [35] интегрированием формулы Буссинеска [28] для сосредоточенной силы:

$$\sigma_z = (q_b - q_1)\alpha(a_b, z) + q_1\alpha(a_1, z), \quad (14)$$

где z — вертикальная координата (глубина), отсчитываемая от уровня нагрузки q (пяты сваи); $a_b = 0,5d$ — радиус пяты (нагрузки q_b); $a_1 = 2,5d$ — внешний радиус кольцевой нагрузки q_1 ; α — коэффициент рассеивания напряжений, определяемый по формуле (или таблицам СП 22):

$$\alpha(a, z) = 1 - \left[\frac{z^2}{z^2 + a^2} \right]^{3/2}. \quad (15)$$

В исследовании [36] представлена достаточно просто получаемая интегрированием решения Миндлина [32] для сосредоточенной силы, приложенной внутри УПП, зависимость распределения вертикальных напряжений под центром заглубленной круговой нагрузки:

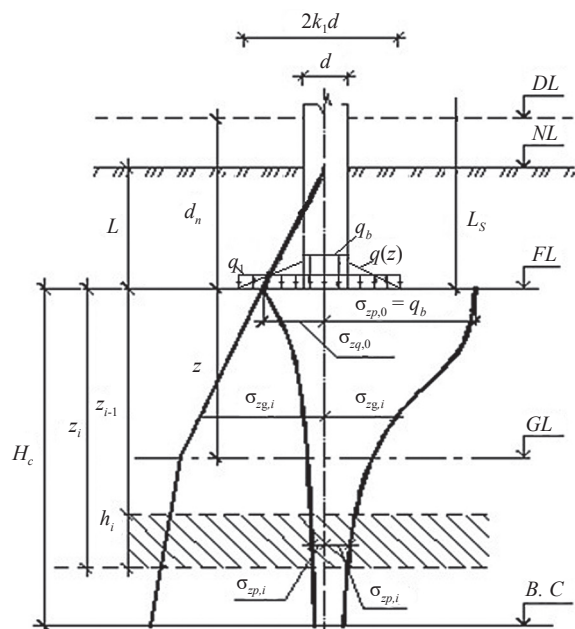


Рис. 3. Схема к определению глубины H_c , расчета и интегрирования вертикальных деформаций по эпюрам вертикальных напряжений в основании под центром пяты сваи: DL — отметка планировки; NL — отметка поверхности природного рельефа; GL — граница разнородных по удельному весу и сжимаемости ИГЭ; FL — отметка подошвы пяты сваи; $B. C$ — нижняя граница сжимаемой толщи; L_s — общая длина ствола сваи; L — рабочая длина сваи (совпадает с уровнем заложения пяты от уровня планировки); d_n — глубина заложения пяты сваи от уровня поверхности природного рельефа (от которой отсчитываются бытовые напряжения); d — диаметр пяты сваи; q_b и q_1 — среднее давление под подошвой пяты и в расчетной кольцевой зоне шириной $2d$; σ_{zg} и $\sigma_{zg,0}$ — вертикальное напряжение от собственного веса грунта на глубине z от подошвы фундамента и на уровне подошвы; σ_{zp} и $\sigma_{zp,0}$ — вертикальное напряжение от внешней нагрузки на глубине z от подошвы пяты и на уровне подошвы; $\sigma_{zg,i}$ — вертикальное напряжение от собственного веса вынутого в котловане грунта в середине i -го слоя на глубине z от подошвы пяты; H_c — глубина сжимаемой толщи

Fig. 3. Scheme for determining the depth H_c , calculating and integrating vertical deformations using vertical stress diagrams in the base under the centre of the pile heel: DL is the planning elevation; NL is the natural relief surface elevation; GL is the boundary of IGE of different specific gravity and compressibility; FL is the elevation of the pile heel base; $B. C$ is the lower boundary of the compressible thickness; L_s is the total length of the pile shaft; L is the working length of the pile (coincides with the level of the heel from the planning level); d_n is the depth of the pile heel from the level of the natural relief surface (from which household stresses are measured); d is the diameter of the pile heel; q_b and q_1 are the average pressure under the heel base and in the calculated annular zone of width $2d$; σ_{zg} and $\sigma_{zg,0}$ are the vertical stress due to the soil's own weight at a depth z from the foundation base and at the base level; σ_{zp} and $\sigma_{zp,0}$ are the vertical stress due to the external load at a depth z from the heel base and at the base level; $\sigma_{zg,i}$ is the vertical stress due to the soil's own weight excavated from the pit in the middle of the i -th layer at a depth z from the heel base; H_c is the depth of the compressible layer

$$\sigma_z = q\alpha_m = q \frac{\alpha_{mc}}{4(1-\nu)}; \alpha_{mc} = 1 - \frac{(z-c)^3}{[\rho^2 + (z-c)^2]^{3/2}} + \left\{ 1 - \left[\frac{z-c}{\sqrt{\rho^2 + (z-c)^2}} \right]^3 \right\} \frac{(3-4\nu)z(z+c) - z(5z-c)}{(z+c)^3} + (1-2\nu) \left[1 - \frac{z-c}{z+c} + \frac{z-c}{\sqrt{\rho^2 + (z+c)^2}} - \frac{z-c}{\sqrt{\rho^2 + (z-c)^2}} \right] + \frac{6zc}{(z+c)^2} \left\{ 1 - \left[\frac{z+c}{\sqrt{\rho^2 + (z+c)^2}} \right]^5 \right\}, \quad (16)$$

где z — глубина, отсчитываемая от поверхности УПП (головы сваи); c — заглубление круговой нагрузки q (пяты сваи).

С учетом равномерной кольцевой нагрузки q_1 расчет по этой зависимости ведется суперпозицией по формуле (14) с заменой α на α_m . Однако в рассматриваемом подходе, учитывающем ограниченную упругопластическую работу грунта, целесообразность применения схемы Миндлина работы упругого полупространства определения осадки требует обоснования.

Для снижения отмеченной выше погрешности «прямоугольного» приближения (см. рис. 3) и обеспечения адекватной точности, особенно для свай с $l/d > 50$, целесообразно принять треугольный характер распределение нагрузки P_1 в ее расчетном кольце с внешним радиусом $r = a_1$, определяемым по зависимости (13). Такое решение получим на основе решения Буссинеска [28] для сосредоточенной силы, выполнив интегрирование напряжений от элементарной нагрузки $dP = \rho d\rho d\varphi$ сначала по углу φ , а затем по радиусу ρ :

$$\sigma_{zi} = \frac{3q_r z^3}{2\pi} \int_r^R \int_0^{2\pi} \frac{(R-\rho)\rho d\rho d\varphi}{(R-r)\sqrt{(\rho^2 + z^2)^5}} = \frac{3q_r z^3}{R-r} \left[R \int_r^R \frac{\rho d\rho}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^5}} - \int_r^R \frac{\rho^2 d\rho}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)^5}} \right], \quad (17)$$

где q_r — давление на ее внутреннем радиусе r ; R — внешний радиус треугольной кольцевой нагрузки.

Оба интеграла в квадратных скобках являются известными [37], их сумма дает несложное выражение:

$$\sigma_{zi}(R, r, z) = \frac{q_r z}{R-r} \left(\frac{Rz^2 + r^3}{\sqrt{(z^2 + r^2)^3}} - \frac{R}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) = \alpha_i(R, r, z) q_r, \quad (18)$$

где α_i — коэффициент рассеивания напряжений по центральной вертикали под треугольной кольцевой нагрузкой q_r радиусами $R = a_1 = k_1 d$ и $r = d/2$.

При $r = 0$ выражение (18) сводится к выражению для вертикальных напряжений под конической нагрузкой, выведенному ранее в работе [38].

Из геометрических соотношений, в частности равенства объемов треугольной кольцевой нагрузки q_r и равномерной призматической q_1 , получим $q_r = 2q_1$. Исходя из $R = a_1 = k_1 d$ (5) и $r = d/2$, а также выражений (7) и (9), запишем аналитическую рабочую формулу для определения напряжений под пятой сваи с учетом треугольной кольцевой пригрузки:

$$\sigma_{zq} = \sigma_{zb} + \sigma_{z1} = q_b \left(1 - \frac{z^3}{\sqrt{(z^2 + d^2/4)^3}} \right) + \frac{2q_1 z}{k_1 - 1/2} \left(\frac{k_1 z^2 + d^2/8}{\sqrt{(z^2 + d^2/4)^3}} - \frac{k_1}{\sqrt{z^2 + k_1^2 d^2}} \right), \quad (19)$$

где q_r — интенсивность треугольной кольцевой нагрузки (пригрузки вокруг пяты сваи) на ее внутреннем радиусе $r = d/2$, т.е. у грани пяты сваи; q_1 — среднее давление в зоне кольцевой пригрузки.

По полученным по выражению (19) напряжениям σ_{zq} расчет осадки s_b проводится в соответствии со схемой (рис. 4) интегрированием по формуле [33, 39]:

$$s_b = \int_{H_c}^0 \beta(z) \frac{\sigma_{zq}}{E(z)} dz, \quad (20)$$

где β — коэффициент влияния бокового обжатия грунта, определяемый согласно исследованиям [33, 39] для круглых фундаментов по зависимости:

$$\beta = 1 - 2\nu\xi_c\alpha^2, \quad (21)$$

где ξ_c — коэффициент бокового давления при компрессии, связанный в теории упругости с коэффициентом Пуассона ν формулой $\xi_c = \nu/(1 - \nu)$ и определяемый обычно в геотехнической практике по приведенной выше эмпирической зависимости Яки ($\xi_c = 1 - \sin\varphi$); α — подсчитанный по формуле (14) коэффициент рассеивания напряжений.

Зависимость (21) учитывает стесняющую боковые деформации грунта шероховатость (сцепление с основанием) подошвы фундамента (пяты сваи), а также влияние вертикальной кольцевой пригрузки q_1 по ее контуру. При $\alpha = 1$ (по подошве пяты) боковые деформации минимальны, напряжения близки к одометрическим и $\beta = 1 - 2\nu\xi_c$. С отдалением от пяты сваи дополнительные (от внешней нагрузки) боковые напряжения уменьшаются и на бесконечности стремятся к нулю, что соответствует одноосному сжатию и $\beta = 1$.

Подобным образом с помощью коэффициента рассеивания напряжений α [39] разработан учет стесняющего влияния сцепления на контакте расположенных в пределах H_c разнородных слоев грунта, в том числе сцепления у H_c с несжимаемой подстилающей толщей. Однако с учетом методики СП 22 выбора величины H_c при обычных диаметре

d (до 2–3 м) пяты сваи и заглублении ($l/d > 5$) в пределах H_c , как правило, располагается сравнительно однородный грунт и учет слоистости с модификацией зависимости (210) неактуален.

В публикациях [33, 39] приведены методики применения в (3с) величины модуля деформаций грунта $E(z)$ с учетом соотношения между величиной действующего напряжения σ_{zq} и давления природного уплотнения σ_p , определяемого согласно СП 22 параметрами типа коэффициентов предуплотнения OCR или POP [22]. Указано [33, 40], что получаемые обычно по данным изысканий графики линейного изменения σ_p с глубиной более адекватно описываются более общей зависимостью:

$$\sigma_p = (\sigma_{zg} + dp_q) R_{oc}, \quad (22)$$

где dp_q и R_{oc} — давление и коэффициент переуплотнения, характеризующие два физических механизма формирования σ_p : механическое переуплотнение, обусловленное предшествующими нагружениями (dp_q) и физико-химическим (тиксотропным) упрочнением (R_{oc}). Преимущество зависимости (22) над внедренным³ в геотехническую практику раздельным применением OCR или POP демонстрируют обобщенные экспериментальные материалы [41], свидетельствующие о постоянстве величин параметров dp_q и R_{oc} по глубине литологически однородных слоев грунта.

При наличии надежных данных по графикам давления природного уплотнения $\sigma_p(z)$ значения $E(z)$ для расчетов по (3б) определяются по выражению:

$$E(z) = \sigma_{zq} / [(\sigma_{zq} - \sigma_p)/E_o + (\sigma_p - \sigma_{zg})/E_e]. \quad (23)$$

В нормативном (СП 22) методе приближенно принимается одномерная компрессия с $\beta = 0,8$ ($\nu \approx 0,25$), $\sigma_p = \sigma_{zq}$ и интегрирование выполняется послойным суммированием. Так как для свайных фундаментов $\sigma_{zg} \ll \sigma_{zq}$ расчетная зависимость СП 22 для осадки приближенно сводится к простейшему виду, используемому согласно СНиП II-Б.5:

$$s_b \approx 0,8 \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{zq,i} h_i}{E_i}. \quad (24)$$

В формулах (9), (12), (20), (24) разницей между максимальной осадкой под центром круговой нагрузки и жестким штампом пренебрегается в запас надежности расчета проектной осадки. Влияние жесткости пяты можно надежным и рациональным образом учесть, используя сопоставление упругих решений для равномерной гибкой нагрузки [35] и шероховатого жесткого штампа [42]. Этим способом получим:

$$s_b = \frac{\pi(1-2\nu)}{4\log(3-4\nu)(1-\nu)} s_{b0} = k_b s_{b0}. \quad (25)$$

Раскрывая для $\nu = 0,5$ неопределенность в выражении (25) по правилу Лопиталя, получим, что

в диапазоне $\nu = 0 - 0,5$ величина $k_b = 0,71 - 0,79$ и составляет 0,76 при среднем значении $\nu = 0,25$.

3. Сопоставление результатов расчетов разными методами

Результаты расчетов, представленные в 1.2, аналитическими способами сопоставлялись с результатами расчетов численным методом, отвечающим нормативной концепции СП 22 и СП 24, в частности, расчета свайной ячейки по упругопластической модели Кулона – Мора программы Плакисис³ с расчетной областью с $r_x = 10L$ и $H = 6L$ (см. рис. 1), разбитой на мелкие (very fine) 15-узловые конечные элементы в примыкающей к свае зоне радиусом L на глубину $L/2$ ниже пяты сваи. Обозначим такой расчет как MC Plaxis*.

Для общей сопоставимости результатов численного расчета MC Plaxis*, аналитического решения (1) и способов, разработанных с использованием подхода [24, 27] с суммированием составляющих суммарной осадки, все рассматриваемые результаты расчетов осадки одиночной сваи сведем к единой форме (1) безразмерного коэффициента осадки $I_{sd} = (s_b + s_c)G_1d/P$.

При определении I_{sd} способом [24] компоненты общей осадки сваи s_c и s_b рассчитывались соответственно по формулам (5) и (6). В решении [27] s_c определяется также по выражению (5), а при расчете s_b по выражению (9). В разработанном в настоящей работе усовершенствовании метода [27] s_c и s_b рассчитываются соответственно по формулам (11) и (20) с применением (19) и (21). В методе СНиП II-Б.5 $s_c = 0$ и $s = s_b$ рассчитаны по формуле (24) от нагрузки на сваю P , равномерно распределенной по площади условного фундамента радиусом r_{quf} .

Сопоставление всех представленных способов определения осадки одиночной сваи возможно и целесообразно выполнить при типовых геотехнических условиях фундирования сваями, для которых известны характерные величины $k_p = P_b/P$, а также параметры жесткости грунта $g_{12} = G_1/G_2 = E_1/E_2$. Характерные величины этих параметров объективно оценим по нормативным таблицам СП 24 и СП 22.

В примере 1 рассмотрим применение вытеснительных (п. 6.4а СП 24) ж/б свай диаметром $d = 325$ мм, длиной $L = 7-12$ м, выполненных в условных двухслойных основаниях из нелессовой глины мягкопластичной (коэффициент консистенции $I_L = 0,75$, пористости $e = 0,95$, удельный вес $\gamma = 17$ кПа/м, степень влажности $S_r = 0,85$ по табл. А.2 СП 22, модуль общей деформации $E = 8$ МПа, угол внутреннего трения $\varphi = 10^\circ$, удельное сцепление $c = 33$ кПа) толщиной L , подстилаемой четвертичным песком средней крупности и плотности ($e = 0,63$, $\gamma = 17,5$ кПа/м, по табл. А.1 СП 22 $E = 40$ МПа, $\varphi = 35^\circ$, $c = 1,2$ кПа). По табл. 7.2 и табл. 7.3 СП 24 имеем $R = 3,7-4,2$ МПа и рост f от 4 до 9,2 кПа в интервале глубин 1–12 м. По правилам СП 24 примем рабочую нагрузку на сваю $P = (P_{bu} + P_{lu})/1,4$. Из сопоставления прочностных показателей контактного трения на поверхности сваи f с проч-

ностными показателями окружающего сваю грунта в контактных интерфейсах при расчете MC Plaxis* примем $R_{inter} = 0,2$.

Рассматривая основной случай работы сваи, когда предельное боковое трение $P_{lu} = \pi d \int_0^L f dz$ реализуется при так называемой сдвиговой осадке, составляющей порядка 1–2 см [27, 43], заведомо меньшей по величине, чем проектная осадка сваи, примем $P_1 = P_{lu}$ и $P_b = P - P_1$.

По табл. А.3 и А.1 СП 22 $E_1 = 8$ МПа и $E_2 = 40$ МПа. Пренебрегая армированием и длительными процессами согласно табл. 6.11 СП 63⁶ для тяжелого бетона класса В25 естественного твердения, примем $E_p = 24\,000$ МПа. С учетом данных величин P и P_b расчетная глубина сжимаемой толщи под пятой сваи $z_c = L + 1,09 - 1,25$ м.

Данные сопоставления рис. 4 демонстрируют, что при характерном для применения свай двухслойном основании с более жестким подстилающим слоем особенно сильные отличия по I_{sd} наблюдаются между описывающим упругое взаимодействие решением (1) и приближенным способом quf (условного фундамента радиусом r_{quf} СНиП II-Б.5) с одной стороны (группа 1), и, с другой стороны, учитывающих ограниченное развитие упругопластических деформаций способами (группа 2), применяющими формулы (6), (9) и (20) или расчет MC Plaxis*. Занижение осадки свай в первой группе можно объяснить выравнивающим распределением нагрузки на большую площадь упругого основания. Отличия результатов во второй группе обусловлены методикой учета деформаций от передаваемых сваям на грунт нагрузок. При характерном для применения свай двухслойном основании с более жестким подстилающим слоем, в частности, при низких величинах g_{12} отличия между способами (6), (20) и MC Plaxis* оказываются незначительными. По сравнению с ними способ (9) несколько завышает осадки сваи, особенно для длинных свай. Сравнивая (6) и (9), можно заключить, что завышение осадки способом (6) за счет неограниченной сжимаемой толщи (упругое полупространство) компенсируется отбрасыванием части нагрузки, передаваемой на грунтовый массив боковой поверхностью сваи. В формуле упругого полупространства (9) учтена полная нагрузка и компенсации завышения сжимаемой толщи отсутствуют.

В примере 2 рассмотрены буронабивные (по п. 6.5а СП 24) ж/б сваи диаметром $d = 600$ мм, длиной $L = 5-20$ м, $E_p = 24\,000$ МПа, выполненные в однородном основании из суглинка тугопластичного ($I_L = 0,6$, $e = 0,65$, $\gamma = 20$ кПа/м, по табл. А.2 СП 22 $E = 17$ МПа, $\varphi = 24^\circ$, $c = 31$ кПа). По табл. 7.8 и табл. 7.3 СП 24 имеем $R = 0,35-1,05$ МПа и рост f от 8

⁶ СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. СНиП 52-01-2003. М. : Стандартинформ, 2020. 137 с.

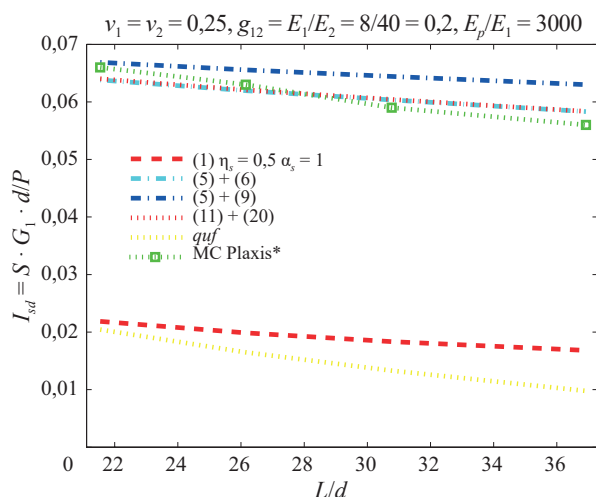


Рис. 4. Сопоставление результатов расчетов коэффициента осадки сваи в характерном двухслойном основании по решениям (1) [1], MC Plaxis*³, (5) + (6) [25], (5) + (9) [27], СНиП II-Б.5 (*quf*) и предлагаемым способом (11) + (20)

Fig. 4. Comparison of the results of calculations of the pile settlement coefficient in a typical two-layer foundation according to solutions (1) [1], MC Plaxis*³, (5) + (6) [25], (5) + (9) [27], SNiP II-B.5 (*quf*) and the proposed method (11) + (20)

до 20 кПа в интервале глубин 1–20 м. Из сопоставления прочностных показателей контактного трения на поверхности сваи f с прочностными показателями окружающего сваю грунта в контактных интерфейсах MC Plaxis* примем $R_{\text{inter}} = 0,15$. Аналогично примеру 1 примем $P = (P_{bu} + P_{lu})/1,4$, $P_1 = P_{lu}$ и $P_b = P - P_{lu}$. Расчетная глубина сжимаемой толщи под пятой сваи z_c для этих нагрузок составила $L + 2,5d$.

Данные сопоставлений (рис. 5) показывают, что при характерном для применения висячих свай оснований с однородной жесткостью наблюдается характер расхождений между указанными выше двумя группами, аналогичен примеру 1 (см. рис. 4), а во второй группе расхождение результатов возрастает. В частности, при приближении $g_{12} = 1$ у способа (6) осадки значительно ниже, чем у (9), (20) и MC Plaxis*. Способ (9) так же, как в примере, прогнозирует наибольшие осадки сваи, особенно для длинных свай.

В целом сопоставление рис. 4 и 5 показывает, что расчетные осадки по обоснованному в настоящей работе решению (11) + (20) наиболее близки к осадкам по численному расчету MC Plaxis*³, значительно превышают полученные способами [1] и СНиП II-Б.5, несколько больше, чем у способа [24] для висячих свай, и во всех случаях меньше, чем по способу [27]. Завышение расчетных осадок в способе [27] можно объяснить применением упругой зависимости (9), которая предполагает бесконечность сжимаемой толщи (упругое полупространство).

Таким образом, сопоставление рис. 4 и 5 показывает, что расчет осадки по оптимизирующему методу [27] решению (11) + (20) является достаточ-

но надежным и рациональным. Также данные этих сопоставлений и, в частности, результаты расчетов численным методом по отвечающим нормативной концепции СП 24 и СП 22 упругопластической модели Кулона – Мора программы Плаксис (MC Plaxis*)³ показали, что нормативная СП 24 методика назначения расчетной нагрузки на сваи обеспечивает значительный запас надежности, минимизирует развитие упругопластических деформаций грунта под пятой сваи.

Сущностный анализ показывает, что отличия между решением (1) [1] и способами (5) + (6) [24], (5) + (9) [27] и (11) + (20) обуславливаются разницей в описании работы грунта под пятой сваи. Если в первом случае описывается начальное (касательное) линейное сопротивление упругого грунта, то во втором посредством учета $k_p = P_{bu}/P_u$ ($P_b = k_p P$) предполагается среднее (секущее), фактически упругопластическое, сопротивление грунта под пятой сваи в диапазоне допускаемой на нее расчетной нагрузки.

Целесообразность применения того или иного подхода зависит от практической задачи. Если она ограничивается проверкой расчетной осадки одиночной сваи, т.е. величину следует определять предложенным способом (11) + (20). Если задача ставится об определении проектной осадки и расчете конструкций свайных фундаментов методом нелинейных

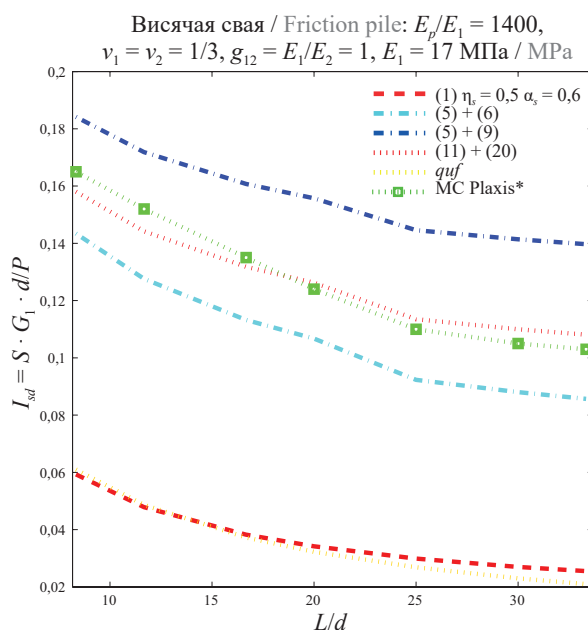


Рис. 5. Сопоставление результатов расчетов коэффициента осадки типичной висячей сваи в характерном однородном основании по решениям (1) [1], MC Plaxis*³, (5) + (6) [24], (5) + (9) [27], СНиП II-Б.5 (*quf*) и предлагаемым способом (11) + (20)

Fig. 5. Comparison of the results of calculations of the settlement coefficient of a typical friction pile in a characteristic homogeneous foundation according to solutions (1) [1], MC Plaxis*³, (5) + (6) [24], (5) + (9) [27], SNiP II-B.5 (*quf*) and the proposed method (11) + (20)

контактных элементов [2, 44–46], то для оценки их начальной жесткости наиболее удобно решение (1), а для учета дальнейшей трансформации жесткости стоит использовать решение (11) + (20).

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Практическая значимость

При проектировании свайных фундаментов необходимо определить допустимую нагрузку на сваю и ее осадку при этой нагрузке, вызывающую на практике допускаемые рамки упругопластического состояния вмещающего сваю грунтового массива. Геометрические размеры сваи (диаметр, длина), механические свойства окружающих и подстилающих грунтов оказывают значительное влияние на осадку сваи и должны учитываться адекватной методикой расчета.

Отмечено, что разработанное посредством аппроксимации упругого решения для сваи в упругом полупространстве решение (1) следует применять для оценки начального линейного сопротивления сваи.

Полученные результаты позволяют рекомендовать для определения проектной осадки расчет по разработанной методике суммированием составляющих осадки (11) и (20). Эта методика посредством применения рациональных схем и модели работы грунта обеспечивает адекватный учет распределения расчетной нагрузки на сваю между ее боковой поверхностью и пятой, соответствующего ему упругопластического состояния вмещающего сваю грунтового массива.

Разработанное линеаризующее решение (11) + (20) целесообразнее использовать для проектной оценки осадки сваи s_p от допускаемой на нее рабочей нагрузки P и определения среднего коэффициента жесткости сваи K_p . При наличии существенного группового эффекта расчет осадки свайного фундамента ведется по схеме эквивалентной одиночной сваи [7]. Этот способ, в отличие от условного фундамента СП 24, позволяет выполнить учет жесткости ствола эквивалентной сваи и обоснованный выбор размеров и величин внутренней и периметральной нагрузки на подстилающую сваю толщу. Полученные коэффициенты жесткости свай или свайного фундамента в целом могут использоваться для расчета его конструкции методом, указанным в труде [44].

Совместное использование решений (1) и (11) + (20) дает возможность определить параметры нелинейных контактных моделей [2, 45, 46], описывающих трансформацию начального линейного сопротивления грунта, к расчетному упругопластическому состоянию вмещающего сваю грунтового массива. Адекватное определение этих параметров дает возможность выполнить по этим практичным моделям надежные и рациональные расчеты конструкций свайных фундаментов, в том числе пространствен-

ных, и при неоднородном по глубине и плану грунтовым основании.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Упрощенные решения для расчета осадки одиночных свай востребованы строительной практикой, повышение точности и общности таких решений обеспечивает определение адекватных параметров контактных моделей для разработки надежных и рациональных конструкций свайных фундаментов.

Разработанные посредством аппроксимации упругого решения для сваи в упругом полупространстве решения, в частности зависимости (1), целесообразно использовать для оценки начального линейного сопротивления сваи.

Для задачи определения осадки сваи с учетом практической упругопластической работы грунта в диапазоне допускаемой на сваю расчетной нагрузки разработаны актуальные уточнения метода [24] формулами (10) и (9), а метода [27] формулами (11) и (12).

Разработанное линеаризующее решение (11) + (20) целесообразно использовать для проектной оценки осадки сваи s_p от допускаемой на нее рабочей нагрузки P и определения среднего коэффициента жесткости сваи K_p . При наличии существенного группового эффекта расчет осадки свайного фундамента ведется по схеме эквивалентной одиночной сваи [7]. Этот способ, в отличие от условного фундамента СП 24, позволяет выполнить учет жесткости ствола эквивалентной сваи и обоснованный выбор размеров и величин внутренней и периметральной нагрузки на подстилающую сваю толщу. Полученные коэффициенты жесткости свай или свайного фундамента в целом могут применяться для расчета его конструкции данным методом [44].

Совместное использование решений (1) и (11) + (20) дает возможность определить параметры нелинейных контактных моделей [2, 45, 46], описывающих трансформацию начального линейного сопротивления грунта, к фактическому упругопластическому сопротивлению вмещающего сваю грунтового массива.

Достоинством разработанного решения (11) + (20) являются учет, обоснованные экспериментальные данные и хорошо зарекомендовавшие себя в геотехнической практике способы, концентрации напряжений и деформаций в примыкающих к месту передачи нагрузки областях грунта. Поскольку деформации вокруг сваи преимущественно имеют сдвиговой характер, следующей планируемой авторами работой является исследование вопроса использования в расчетах установленной по данным прямых испытаний грунта на сдвиг величины его модуля сдвига. Это особенно актуально из-за упругопластических эффектов неопределенным образом, изменяющих упругое соотношение $G = E/2/(1 + \nu)$ между модулями сдвига и Юнга (сжатия) грунта. В свою очередь, концентрация деформаций в при-

мыкающей к пяте свай зоне ограниченной толщины требует исследовать влияние этого фактора на адекватность использования формулы Буссинеска –

Шлейхера [9, 28] для определения модуля сжатия грунта по данным штамповых испытаний ГОСТ 20276.1⁷.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Алексеев А.Г., Безволев С.Г.* Актуализация линейной телескопической модели осадки свай // Вестник МГСУ. 2025. Т. 20. № 5. С. 718–733. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.5.718-733. EDN WIOGQO.
2. *Федоровский В.Г., Левачев С.Н., Курилло С.В., Колесников Ю.М.* Сваи в гидротехническом строительстве : учебное пособие. М. : Изд-во АСВ, 2003. 240 с. EDN QNKHAN.
3. *Бартоломей А.А., Омельчак И.М., Юшков Б.С.* Прогноз осадок свайных фундаментов. М. : Стройиздат, 1994. 384 с.
4. *Poulos H.G., Davis E.H.* Pile Foundation Analysis and Design. Sydney : Rainhom Bridge Book Co., 1980. 398 p.
5. *Fleming K., Weltman A., Randolph M., Elson K.* Piling Engineering. 3rd ed. Boca Raton, FL : CRC Press Taylor & Francis Group, 2020. 406 p.
6. *Randolph M.F., Wroth C.P.* Analysis of deformation of vertically loaded piles // Journal of the Geotechnical Engineering Division. 1978. Vol. 104. Issue 12. Pp. 1465–1488. DOI: 10.1061/ajgeb6.0000729
7. *Randolph M.F.* Design Methods for Pile Groups and Piled Rafts // Proceeding of the 13th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering (ICSMFE). 1994. Vol. 5. Pp. 61–82.
8. *Mylonakis G., Gazetas G.* Settlement and additional internal forces of grouped piles in layered soil // Geotechnique. 1998. Vol. 48. Issue 1. Pp. 55–72. DOI: 10.1680/geot.1998.48.1.55
9. *Schleicher F.* Zur Theorie des Baugrundes // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1925. Bd. 5. S. 199; Bauingenieur. 1926. Bd. 7. Heft 48. S. 931–935. Heft 49. S. 949–952.
10. *Giroud J.P.* Tables pour le calcul des fondations. T.1. Tassement. Paris : Dunod, 1972. 383 p.
11. *Тер-Мартirosян З.Г., Тер-Мартirosян А.З., Ермошина Л.Ю.* Осадка и длительная несущая способность свай // Промышленное и гражданское строительство. 2021. № 9. С. 18–23. DOI: 10.33622/0869-7019.2021.09.18-23. EDN HEIXNL.
12. *Безволев С.Г.* Аналитическое решение для расчета дополнительных осадок свайных полей // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 4 (243). С. 58–65. EDN PCOHRJ.
13. *Федоровский В.Г., Безволев С.Г.* Метод расчета свайных полей и других вертикально армированных грунтовых массивов // Основания, фунда-
- менты и механика грунтов. 1994. № 3. С. 11–15. EDN KSYPMF.
14. *Безволев С.Г.* Общая методика расчета напряженно-деформированного состояния массива грунта с упрочняющими или ослабляющими элементами // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2008. № 3. С. 2–8. EDN SKFDDP.
15. *Боков И.А., Федоровский В.Г.* Об учете неоднородности грунта по глубине в расчетах осадки свай // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2021. № 4. С. 2–6. EDN QIVGYU.
16. *Banerjee P.K., Davies T.G.* The behaviour of axially and laterally loaded single piles embedded in nonhomogeneous soils // Geotechnique. 1978. Vol. 28. Issue 3. Pp. 309–326. DOI: 10.1680/geot.1978.28.3.309
17. *Butterfield R., Banerjee P.K.* The elastic analysis of compressible piles and pile groups // Geotechnique. 1971. Vol. 21. Issue 1. Pp. 43–60. DOI: 10.1680/geot.1971.21.1.43
18. *Сленак М.Э.* Осадки и НДС пластично-мерзлого грунта в основании центрально-нагруженной свай // Реология грунтов и инженерное мерзлотоведение. 1982. С. 154–158.
19. *Rajapakse R.K.N.D.* Response of an axially loaded elastic pile in a Gibson soil // Geotechnique. 1990. Vol. 40. Issue 2. Pp. 237–249. DOI: 10.1680/geot.1990.40.2.237
20. *Lee C.Y., Small J.C.* Finite-Layer Analysis of Axially Loaded Piles // Journal of Geotechnical Engineering. 1991. Vol. 117. Issue 11. Pp. 1706–1722. DOI: 10.1061/(asce)0733-9410(1991)117:11(1706)
21. *Готман Н.З.* Определение сопротивления сдвигу грунта по боковой поверхности забивных свай в численных расчетах // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2018. № 6. С. 8–13. EDN YWZHML.
22. *Шарафутдинов Р.Ф., Разводовский Д.Е., Закатов Д.С.* Инженерный метод прогноза осадки одиночных свай с учетом упругопластического поведения грунта // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2024. № 3. С. 7–15. EDN OFOAVE.
23. *Голубков В.Н.* Вопросы исследования свайных фундаментов и проектирования по деформациям : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 1969. 35 с.
24. *Tomlinson M., Woodward J.* Pile Design and Construction Practice. 6-th edition. London : CRC Press Taylor & Francis Group, 2015. DOI: 10.1201/b17526

⁷ ГОСТ 20276.1–2020. Грунты. Метод испытания штампом. М. : Стандартинформ, 2020. 14 с.

25. Poulos H.G. Tall Building Foundation Design. London : CRC Press Taylor & Francis Group, 2017. DOI: 10.1201/9781315156071
26. Барвашов В.А., Экимян Н.Б., Ариба Э.Т. Методы оценки несущей способности свай при действии вертикальной нагрузки. М. : ВНИИИС, 1986. 69 с.
27. Готман А.Л., Гавриков М.Д. Расчет длинномерных буронабивных свай на вертикальную нагрузку // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2024. № 4. С. 2–8. EDN MSBJDN.
28. Boussinesq J. Applications des Potentiels a l'Etude de l'Equilibre et du Mouvement des Solides Elastiques. Paris : Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire, 1885.
29. Силин К.С., Глотов Н.М., Завериев К.С., Луга А.А. Свайные фундаменты. М. : Транспорт, 1975. 432 с.
30. Geddes J.D. Boussinesq-Based Approximations to the Vertical Stresses Caused by Pile-Type Subsurface Loadings // Geotechnique. 1969. Vol. 19. Issue 4. Pp. 509–514. DOI: 10.1680/geot.1969.19.4.509
31. Geddes J.D. Stresses in foundation soils due to vertical subsurface loading // Geotechnique. 1966. Vol. 16. Issue 3. Pp. 231–255. DOI: 10.1680/geot.1966.16.3.231
32. Mindlin R.D. Force at a Point in the Interior of a Semi-Infinite Solid // Physics. 1936. Vol. 7. Issue 5. Pp. 195–202. DOI: 10.1063/1.1745385
33. Федоровский В.Г., Безволев С.Г. Прогноз осадок фундаментов мелкого заложения и выбор модели основания для расчета плит // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2000. № 4. С. 10–18. EDN WESCFN.
34. Ефремов М.Г., Коновалов П.А., Михеев В.В. К вопросу о распределении послойных деформаций грунта в сжимаемой толще глинистых и песчаных оснований (по материалам полевых испытаний) // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1963. № 6. С. 5–7. EDN XYWMZF.
35. Флорин В.А. Основы механики грунтов. Т. 1: Общие зависимости и напряженное состояние оснований сооружений. Л. ; М. : Госстройиздат, 1959. 357 с.
36. Nishida Y. Vertical stress and vertical deformation of ground under a deep circular uniform pressure in the semi-infinite // Proceedings of the 1st International Society for Rock Mechanics Congress. 1966. Vol. 2. Pp. 493–498.
37. Смолянский М.Л. Таблицы неопределенных интегралов. М. : Физматгиз, 1963. 112 с.
38. Harr M.E., Lovell C.W. Vertical stresses under certain axisymmetrical loading // Highway Research Record. 1963. Vol. 39. Pp. 68–81.
39. Безволев С.Г. Методика учета деформируемости неоднородного упругопластического основания при расчете фундаментных плит // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2002. № 5. С. 8–14. EDN VZFWXG.
40. Федоровский В.Г., Безволев С.Г., Дунаева О.М. Методика расчета фундаментных плит на нелинейно-деформируемом основании // Нелинейная механика грунтов : тр. IV Рос. конф. СПб., 1993. С. 81–86.
41. Ladd C.C., Germaine J.T., Lancellotta R., Jamiolkowski M.B. New developments in Field and Laboratory Testing of Soils // 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. 1985. Vol. 1. Pp. 57–154.
42. Моссаковский В.И. Основная смешанная задача теории упругости для полупространства с круговой линией раздела граничных условий // Прикладная математика и механика. 1954. Т. 18. № 2. С. 187–196.
43. Савинов А.В. Применение свай, погружаемых вдавливанием, при реконструкции исторической застройки городов : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Волгоград, 2008. 34 с.
44. Клепиков С.Н. Расчет конструкций на упругом основании. Киев : Будівельник, 1967. 184 с.
45. Клепиков С.Н. Расчет сооружений на деформируемом основании. Киев : НИИ Строительных конструкций, 1996. 203 с.
46. Безволев С.Г. Проблемы проектирования и расчета фундаментов при применении больших групп свай и других вертикальных элементов преобразования грунтового массива // Геотехника. 2011. № 3. С. 30–67. EDN OWGMPZ.

Поступила в редакцию 30 июня 2025 г.

Принята в доработанном виде 22 октября 2025 г.

Одобрена для публикации 22 октября 2025 г.

ОБ АВТОРАХ: **Андрей Григорьевич Алексеев** — доктор технических наук, доцент, профессор кафедры механики грунтов и геотехники; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; заместитель генерального директора по научной работе; **Научно-исследовательский центр «Строительство» (НИЦ «Строительство»)**; 109428, г. Москва, Рязанский пр-т, д. 59; SPIN-код: 9753-4640, РИНЦ ID: 873091, Researcher ID: AAB-8070-2020, ORCID: 0000-0001-6020-0328; adr-alekseev@ya.ru;

Степан Георгиевич Безволев — кандидат технических наук, старший научный сотрудник; **Научно-исследовательский, проектно-изыскательский и конструкторско-технологический институт оснований и подземных сооружений им. Н.М. Герсеванова Научно-исследовательского центра «Строительство»**

(НИИОСП НИЦ «Строительство»); 109428, г. Москва, Рязанский пр-т, д. 59; РИНЦ ID: 271303, Scopus: 6602971111; compgeo@ya.ru.

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

REFERENCES

1. Alekseev A.G., Bezvolev S.G. Updating the linear telescopic pile settlement model. *Vestnik MGSU* [Monthly Journal on Construction and Architecture]. 2025; 20(5):718-733. DOI: 10.22227/1997-0935.2025.5.718-733. EDN WIOGQO.(rus.).
2. Fedorovsky V.G., Levachev S.N., Kurillo S.V., Kolesnikov Yu.M. *Piles in hydraulic engineering: tutorial*. Moscow, ASV Publishing House, 2003; 240. EDN QNKHAN. (rus.).
3. Bartolomey A.A., Omelchak I.M., Yushkov B.S. *Forecast of settlement of pile foundations*. Moscow, Stroyizdat, 1994; 384. (rus.).
4. Poulos H.G., Davis E.H. *Pile Foundation Analysis and Design*. Sydney, Rainhom Bridge Book Co., 1980; 398.
5. Fleming K., Weltman A., Randolph M., Elson K. *Piling Engineering*. 3rd ed. Boca Raton, FL, CRC Press Taylor & Francis Group, 2020; 406.
6. Randolph M.F., Wroth C.P. Analysis of deformation of vertically loaded piles. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*. 1978; 104(12):1465-1488. DOI: 10.1061/ajgeb6.0000729
7. Randolph M.F. Design Methods for Pile Groups and Piled Rafts. *Proceeding of the 13th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering (ICSMFE)*. 1994; 5:61-82.
8. Mylonakis G., Gazetas G. Settlement and additional internal forces of grouped piles in layered soil. *Geotechnique*. 1998; 48(1):55-72. DOI: 10.1680/geot.1998.48.1.55
9. Schleicher F. Zur Theorie des Baugrundes. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 1925. Bd. 5. S. 199; Bauingenieur. 1926. Bd. 7. Heft 48. S. 931-935. Heft 49. S. 949-952.
10. Giroud J.P. *Tables pour le calcul des fondations. T.1. Tassement*. Paris, Dunod, 1972; 383.
11. Ter-Martirosyan Z.G., Ter-Martirosyan A.Z., Ermoshina L.Yu. Settlement and long-term bearing capacity of the pile. *Industrial and Civil Engineering*. 2021; 9:18-23. DOI: 10.33622/0869-7019.2021.09.18-23. EDN HEIXNL.(rus.)
12. Bezvolev S.G. Analytical solution for calculating additional settlements of pile fields. *Structural Mechanics and Calculation of Structures*. 2012; 4(243):58-65. EDN PCOHRJ. (rus.).
13. Fedorovsky V.G., Bezvolev S.G. Method of calculation of pile fields and other vertical reinforced soil masses. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1994; 3:11-15. EDN KSYPMF. (rus.).
14. Bezvolev S.G. General procedure for analysis of the stress-strain state of a soil mass with strengthening or weakening elements. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2008; 3:2-8. EDN SKFDDP. (rus.).
15. Bokov I.A., Fedorovskii V.G. Taking into account the soil depth inhomogeneity in calculation of the piles settlement. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2021; 4:2-6. EDN QIVGYU. (rus.).
16. Banerjee P.K., Davies T.G. The behaviour of axially and laterally loaded single piles embedded in nonhomogeneous soils. *Geotechnique*. 1978; 28(3):309-326. DOI: 10.1680/geot.1978.28.3.309
17. Butterfield R., Banerjee P.K. The elastic analysis of compressible piles and pile groups. *Geotechnique*. 1971; 21(1):43-60. DOI: 10.1680/geot.1971.21.1.43
18. Slepak M.E. Rainfall and the VAT of plastic and frozen soil in the basis of the central loaded pile. *Soil rheology and engineering permafrost science*. 1982; 154-158. (rus.).
19. Rajapakse R.K.N.D. Response of an axially loaded elastic pile in a Gibson soil. *Geotechnique*. 1990; 40(2):237-249. DOI: 10.1680/geot.1990.40.2.237
20. Lee C.Y., Small J.C. Finite-Layer Analysis of Axially Loaded Piles. *Journal of Geotechnical Engineering*. 1991; 117(11):1706-1722. DOI: 10.1061/(asce)0733-9410(1991)117:11(1706)
21. Gotman N.Z. Determination of the shear strength of soil along the lateral surface of driven piles in numerical investigations. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2018; 6:8-13. EDN YWZHML. (rus.).
22. Sharafutdinov R.F., Razvodovskii D.E., Zakatov D.S. Single bored pile settlement prediction taking into account the elastic-plastic behavior of the soil. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2024; 3:7-15. EDN OFOAVE. (rus.).
23. Golubkov V.N. *Issues of studying pile foundations and designing based on deformations : abstract of dissertation of Doctor of Technical Sciences*. Moscow, 1969; 35. (rus.).
24. Tomlinson M., Woodward J. *Pile Design and Construction Practice*. 6-th edition. London, CRC Press Taylor & Francis Group, 2015. DOI: 10.1201/b17526
25. Poulos H.G. *Tall Building Foundation Design*. London, CRC Press Taylor & Francis Group, 2017. DOI: 10.1201/9781315156071
26. Barvashov V.A., Ekimyan N.B., Arshba E.T. *Methods for assessing the bearing capacity of piles under vertical load*. Moscow, VNIIS, 1986; 69. (rus.).

27. Gotman A.L., Gavrikov M.D. Calculation of long bored piles for vertical loading. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2024; 4:2-8. EDN MSBJDN. (rus.).
28. Boussinesq J. *Applications des Potentiels a l'Etude de l'Equilibre et du Mouvement des Solides Elastiques*. Paris, Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire, 1885.
29. Silin K.S., Glotov N.M., Zavriev K.S., Luga A.A. *Pile foundations*. Moscow, Transport, 1975; 432. (rus.).
30. Geddes J.D. Boussinesq-Based Approximations to the Vertical Stresses Caused by Pile-Type Subsurface Loadings. *Geotechnique*. 1969; 19(4):509-514. DOI: 10.1680/geot.1969.19.4.509
31. Geddes J.D. Stresses in foundation soils due to vertical subsurface loading. *Geotechnique*. 1966; 16(3):231-255. DOI: 10.1680/geot.1966.16.3.231
32. Mindlin R.D. Force at a Point in the Interior of a Semi-Infinite Solid. *Physics*. 1936; 7(5):195-202. DOI: 10.1063/1.1745385
33. Fedorovskii V.G., Bezvolev S.G. Prediction of shallow-foundation settlements and selection of bed models for slab analysis. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2000; 4:10-18. EDN WESCFN. (rus.).
34. Efremov M.G., Kononov P.A., Mikheev V.V. On the distribution of layer-by-layer soil deformations in the compressible thickness of clay and sandy foundations. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1963; 6:5-7. EDN XYWMZF. (rus.).
35. Florin V.A. *Fundamentals of Soil Mechanics. Vol. 1: General dependencies and stress state of foundations of structures*. Leningrad; Moscow, Gosstroyizdat, 1959; 357. (rus.).
36. Nishida Y. Vertical stress and vertical deformation of ground under a deep circular uniform pressure in the semi-infinite. *Proceedings of the 1st International Society for Rock Mechanics Congress*. 1966; 2:493-498
37. Smolyanskiy M.L. *Tables of indefinite integrals*. Moscow, Fizmatgiz, 1963; 112. (rus.).
38. Harr M.E., Lovell C.W. Vertical stresses under certain axisymmetrical loading. *Highway Research Record*. 1963; 39:68-81.
39. Bezvolev S.G. Method of accounting for the deformability of an inhomogeneous elastoplastic bed in analyzing foundation slabs. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2002; 5:8-14. EDN VZFWXG. (rus.).
40. Fedorovskiy V.G., Bezvolev S.G., Dunayeva O.M. Methodology for calculating foundation slabs on a nonlinearly deformable base. *Nonlinear soil mechanics : proc. 4th Russian Conf.* St. Petersburg, 1993; 81-86. (rus.).
41. Ladd C.C., Germaine J.T., Lancellotta R., Jamiolkowski M.B. New developments in Field and Laboratory Testing of Soils. *11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 1985; 1:57-154.
42. Mossakovskiy V.I. The main mixed problem of elasticity theory for a half-space with a circular line of separation of boundary conditions. *Applied Mathematics and Mechanics*. 1954; 18(2):187-196. (rus.).
43. Savinov A.V. *Application of piles driven by pressing in the reconstruction of historical urban development : abstract of dis. ... Doctor of Technical Sciences*. Volgograd, 2008; 34. (rus.).
44. Klepikov S.N. *Calculation of structures on an elastic foundation*. Kyiv, Budivelnik, 1967; 184. (rus.).
45. Klepikov S.N. *Calculation of structures on a deformable foundation*. Kyiv, Research Institute of Building Structures, 1996; 203. (rus.).
46. Bezvolev S.G. Problems of designing and computing foundations when large groups of piles and other vertical elements of a ground massif transformation are used. *Geotechnics*. 2011; 3:30-67. EDN OWGMPZ. (rus.).

Received June 30, 2025.

Adopted in revised form on October 22, 2025.

Approved for publication on October 22, 2025.

BIONOTES: Andrej G. Alekseev — Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Soil Mechanics and Geotechnical Engineering; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; Deputy Director General for Scientific Work; **Research Center "Construction"**; 59 Ryazansky prospect, Moscow, 109428, Russian Federation; SPIN-code: 9753-4640, ID RSCI: 873091, Researcher ID: AAB-8070-2020, ORCID: 0000-0001-6020-0328; adr-alekseev@ya.ru;

Stepan G. Bezvolev — Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher; **Research, Research, Design, Survey, and Engineering Institute of Foundations and Underground Structures named after N.M. Gersevnov of the Research Center "Construction"**; 59 Ryazansky prospect, Moscow, 109428, Russian Federation; ID RSCI: 271303, Scopus: 6602971111; compgeo@ya.ru.

Contribution of the authors: all authors made an equivalent contribution to the preparation of the publication. The authors declare no conflict of interest.